

Univerzita Karlova
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky a didaktiky matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Slovní úlohy o penězích ve 2. ročníku ZŠ
Word problems about money in the 2nd year of primary school

Lucie Vodrážková

Vedoucí práce: PhDr. Jana Slezáková, Ph.D.
Studijní program: Učitelství pro základní školy
Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň ZŠ

Odevzdáním této diplomové práce na téma Slovní úlohy o peněžích ve 2. ročníku ZŠ potvrzuji, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucí práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

V Praze 4. 5. 2020

Děkuji PhDr. Janě Slezákové, Ph.D. za odborné vedení práce a cenné rady, trpělivost a čas, který se mnou strávila. Dále děkuji Mgr. Karolíně Mottlové, Nikole Štrachové a Derkovi Dulíkovi za rady a připomínky k mé diplomové práci.

ABSTRAKT

Tématem této diplomové práce je porozumět myšlenkovým procesům žáků při řešení slovních úloh o penězích. Konkrétně se zaměřuji na žáky druhého ročníku základní školy a slovní úlohy, ve kterých se objevuje nominální hodnota mincí, počet mincí a celková suma. Proto cílem diplomové práce je zmapovat a klasifikovat úlohy o penězích ve třech současně používaných řadách učebnic matematiky pro druhý ročník.

Obsahem Teoretické části je vymezení raného školního věku, dále vybrané očekávané výstupy z RVP ZV pro první i druhé vzdělávací období, matematická gramotnost, čtenářská gramotnost, finanční gramotnost, slovní úlohy, strategie řešení slovních úloh, zásadní problémy žáků při řešení slovních úloh, komentáře ke slovními úlohám o penězích vyskytujících se ve třech řadách učebnic pro druhý ročník základní školy (Prodos, Taktik, H-mat), jejich rozdělení do třech typů (celková suma, nominální hodnota mince a počet mincí) a vzájemné porovnání.

Cíl praktické části je analyzovat myšlenkové procesy žáků druhého ročníku při řešení slovních úloh o penězích, především se zaměřit na žákovské chyby při jejich řešení. Je uvedena metodologií kvalitativního výzkumu. Předexperiment je udělán se sedmi žáky, první a druhý experiment s deseti. V této části je zpracována příprava každého experimentu, popis realizace, rozebrané úlohy pro experiment, mé očekávání z realizace, ukázka, evidence a rozbor žákovských chyb při řešení slovních úloh s penězi. Praktická část je uzavřena sebereflexí vedení rozhovorů během experimentů.

Závěr práce je věnován sebereflexi splnění cílů diplomového úkolu a tomu, čemu bych se v oblasti slovních úloh o mincích v budoucnu chtěla věnovat.

KLÍČOVÁ SLOVA

finanční gramotnost, matematická gramotnost, čtenářská gramotnost, mince, peníze, nominální hodnota, počet, suma, řešitelská strategie, slovní úloha

ABSTRACT

The principal objective of this thesis is the comprehension of students' mental processes while solving verbal math problems about money. The search is focused on pupils in the first stage of primary school and in particular verbal math problems, in which nominal value of coins, quantity of coins and their total particular verbal math problems, in which nominal value of coins, quantity of coins and their total sum play a key role. Therefore, the objective of this diploma thesis is to lay out classify money-related exercises in the currently used lies of elementary school mathematics text books for grade.

The theoretical part consist of demarcation of early school age, a certain number of anticipate facts by RVP ZV for the first and second educational period, numeracy, literacy, verbal math problems, various strategies on how to solve such problems, basic issues pupils encounter while solving those problems, comments on the topic of verbal math problems which appear in three volume soft text books intended for primary schools (Prodos, Taktic, H-mat). Their division into three types (a total sum of coins, nominal value of coins and number of coins) and their mutual comparison.

The goal of the practical part is to analyse thought processes of and grade pupils when solving word problems about money, mainly focusing on their mistakes. Practical part is launched by methodology of a quantitative research (in the form of three experiments). The first pre experiment is carried out by seven pupils, the first and second by ten pupils. This part thoroughly describes the preparation of each experiment, along with the subsequent realisation, as well as only several verbal math problems for individual experiments, example of the interview transcriptions, followed up by the analysis of some of the most remarkable interviews with pupils of the first stage in primary school, and observation of some fundamental phenomena.

The practical part conclude with self-reflection while doing the interviews. I then kept a record of some of the errors I committed while executing those interviews. The conclusion of this thesis is dedicated to self-reflection of meeting the goal of my thesis and to what I would like to devote to further in the upcoming future.

KEYWORDS

Financial literacy, mathematical literacy, reading literacy, money, nominal value, number of coins, total sum of coins, solving strategy, word problem

Obsah

Úvod	8
Teoretická část.....	10
1 Charakteristika raného školního věku	11
2 RVP pro ZV a slovní úlohy s penězi na ZŠ.....	12
3 Matematická gramotnost a její vymezení	14
4 Finanční gramotnost a její vymezení.....	15
5 Čtenářská gramotnost a její vymezení.....	17
6 Slovní úloha a její vymezení	18
6.1 Strategie řešení slovních úloh	19
6.2 Problémy žáků při řešení slovních úloh.....	22
6.3 Učebnice matematiky pro 2. ročník ZŠ	23
6.3.1 Učebnice matematiky pro 2. ročník nakladatelství Prodos	24
6.3.2 Učebnice matematiky pro 2. ročník nakladatelství Taktik	28
6.3.3 Učebnice matematiky pro 2. ročník nakladatelství H-mat	32
6.4 Typologie slovních úloh s penězi	37
6.5 Porovnání tří řad učebnic pro 2. ročník ZŠ.....	40
Praktická část.....	43
7 Úvod k praktické části	43
8 Předexperiment.....	43
8.1 Charakteristika výzkumného vzorku	43
8.2 Příprava předexperimentu.....	44
8.2.1 Rozebrané úlohy vybrané pro předexperiment.....	46
8.2.2 Mé očekávání od předexperimentu.....	49
8.3 Rozbor rozhovoru jednoho z žáků	50

8.4	Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář	55
9	První experiment	62
9.1	Charakteristika výzkumného vzorku	62
9.2	Příprava prvního experimentu	63
9.2.1	Řešení a didaktický komentář k vybraným úlohám	64
9.2.2	Mé očekávání od experimentu.....	67
9.3	Rozbor rozhovoru s jedním žákem	68
9.4	Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář	71
9.5	Závěr prvního experimentu.....	81
10	Druhý experiment.....	83
10.1	Charakteristika výzkumného vzorku.....	83
10.2	Příprava druhého experimentu	83
10.2.1	Rozebrané úlohy vybrané pro experiment.....	84
10.2.2	Mé očekávání od experimentu.....	87
10.3	Mé očekávání od experimentu	88
10.4	Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář.....	95
10.5	Závěr druhého experimentu	111
	Závěrečná sebereflexe	113
	Závěr.....	115
	Seznam použitých informačních zdrojů	117
	Přílohy	121
	Obrázky	125

Úvod

Během studia na vysoké škole jsem se poprvé setkala s takovou matematikou, která mě bavila. Při studiu základní a střední školy jsem se s tímto předmětem samozřejmě potkávala, ale byl pro mě pouze souhrnem čísel a symbolů, kterým jsem nerozuměla, a tak jsem postupem času na matematiku zanevřela.

V prvním ročníku oboru Učitelství pro první stupeň jsem se začala znovu otevírat úplně novému pojetí výuky matematiky, které mě doslova chytlo za srdce. V každém dalším ročníku jsem víc a víc nabývala jistotu a věděla jsem, že přesně tímto stylem chci jednou učit ve své třídě. Ve čtvrtém ročníku jsem se proto přihlásila na výběrový seminář matematiky. Díky tomu jsem měla šanci daleko více se ponořit do jednotlivých prostředí Hejného matematiky a pochopit je. A právě při tomto semináři jsem se rozhodla, že chci psát svou diplomovou práci na katedře matematiky.

Výběr katedry pro mě byl tedy jednoduchý. Náročnější to bylo s výběrem tématu. Je tolik možností, kterým by se člověk mohl věnovat i celý svůj život a stejně by to bylo málo, a tak jsem dlouho váhala a nevěděla, které téma si vybrat.

Tou dobou jsem zrovna učila děti ve druhém ročníku základní školy. Rozhodly jsme se proto s mou vedoucí práce, že se budu věnovat některému z didaktických problémů, které se týkají tohoto ročníku. Při listování jednou z učebnic naši pozornost upoutala slovní úloha, ve které hrály velkou roli peníze. Po přečtení úlohy jsem si uvědomila, že moji žáci mají problém úlohy tohoto typu i s manipulativy vyřešit. Uvědomila jsem si také, že umět pracovat s penězi potřebuje každý člověk denně, a tak vzniklo téma mé diplomové práce.

Svět financí stojí na prahu velké změny, protože se snižuje výskyt hmotných peněz. Dřív se platilo papírovými bankovkami a kovovými mincemi. Dnes je možné mít veškeré peníze bankovním účtu, který si spravujeme. Samozřejmě si můžeme zajít do bankomatu pro hotovost, ale většina prodejců už má terminál, kterým lze platit kartou. Tedy zkušenost s hmotnými penězi začíná být omezená.

Umět pracovat s penězi považuji za jednu ze základních dovedností. Proto jsem se rozhodla tomuto tématu hlouběji věnovat a provést kvalitativní výzkum u žáků druhého ročníku základní školy.

Zvolila jsem pro svou diplomovou práci dva cíle:

- 1) V teoretické části jsem vybrala jako cíl zmapovat a klasifikovat úlohy o penězích ve třech současně používaných řadách učebnic matematiky pro druhý ročník.
- 2) V praktické části analyzovat myšlenkové procesy žáků druhého ročníku při řešení slovních úloh o penězích, především se zaměřit na žákovské chyby při jejich řešení.

Teoretická část

V teoretické části jsem si vymezila několik dílčích cílů pro každou kapitolu, abych věděla, co od ní očekávat a jakým směrem se chci ubírat.

V kapitole věnované charakteristice raného školního věku jsem hledala různé specifikace mladšího školního věku, neboť právě na tuto věkovou skupinu jsem se zaměřovala.

Prostudovala jsem rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (dále jen RVP ZV), ve kterém jsem hledala očekávané výstupy, které korespondují se slovními úlohami s penězi, a kde všude se objevuje pojem finanční gramotnost. Při studiu matematické, čtenářské a finanční gramotnosti jsem se zaměřila na jejich vymezení a zamýšlela jsem se nad tím, jak se vzájemně propojují.

V kapitole o slovních úlohách jsem se zaměřila na vyhledání tří definic, které souvisí s mým tématem diplomové práce a vysvětluji proč. Dále jsem studovala, jakým způsobem mohou žáci úlohy řešit, jaké chyby při tom dělají a proč se tak děje.

Pro diplomovou práci jsem si vybrala tři řady běžně používaných učebnic matematiky pro druhý ročník základní školy, které jsem prostudovala a našla všechny slovní úlohy o penězích, které se v dané učebnici nachází. Úlohy jsem didakticky komentovala, porovnávala a rozřadila do jednotlivých typů, které jsem si pojmenovala. Na závěr teoretické části jsem srovnala všechny tři řady učebnic.

1 Charakteristika raného školního věku

Celou svou diplomovou práci mám zaměřenou na druhý ročník základní školy. Proto jsem hledala vymezení pro raný školní věk, do kterého žáci druhého ročníku spadají. Vágnerová (2012, str. 255-256) rozděluje školní věk do tří etap: raný školní věk (od 6 do 9 let), střední školní věk (od 9 do 11-12 let) a starší školní věk (přibližně do 15 let).

Pro raný školní věk je podle Vágnerové (2012, str. 255-256) charakteristická „...*změna sociálního postavení stimulující další vývoj dětské osobnosti i různých dílčích schopností a dovedností.*“ Jedná se období od nástupu do první třídy až do devíti let.

V raném školním období jsou žáci mentálním vývojem velice odlišné. Může to být způsobeno nejen tím, že do první třídy nastupují děti šestileté, ale i žáci, kteří jsou starší. Každý žák má jinou dobu vývoje a potřebuje na to jiný čas. Tedy pokroky jsou individuální.

Vstup do první třídy je pro dítě ohromným životním milníkem. Mnoho věcí, na které bylo zvyklé, se mění. Je to období, které může být i velice náročné, protože je na žáky vyvíjen veliký tlak. Langmeier (2006, str. 103) se k zátěži, která je kladena na žáka, vyjadřuje: „*Vstup do školy znamená pro většinu dětí značnou zátěž, která se ještě zvětšuje v době stoupajících nároků na vzdělání a na pracovní výkonnost. Uvažme jen některé z mnoha nároků, které se nyní na žáka kladou a jejichž plnění se bezpodmínečně vyžaduje.*“ V současnosti považujeme za velmi důležitou motivaci žáka, protože to může ovlivnit vztah k učení po celý život. Je potřeba žáky nepřetěžovat a věnovat dostatek času i uvolňujícím aktivitám a hrám.

Na začátku školní docházky žák ještě neudrží pozornost na jednu činnost dlouho. Je potřeba aktivity střídat. Podle Langmeiera (2006, str. 103) je důležité náročnou látku vkládat na začátek hodiny. Pro žáky není těžké jen to, že musí dlouhý čas sedět v lavici. Říčan (2004, str. 152) píše: „*Vydržet u práce to samo o sobě nestačí. Školák se také musí naučit prát se s překážkami a nezdarem, zkoušet to znovu, případně se smířit s nevalným výsledkem.*“

Při vstupu do školy žáci začínají mít méně fiktivních představ o realitě, ty začínají být více realistické. Je to dáno tím, že se mění jejich myšlení. Langmeier (2006, str. 113) o tom píše: *„Kolem šesti let dochází k podstatným změnám v poznávací činnosti dítěte. Především dítě začíná svět chápat realisticky, je méně závislé na svých přáních a okamžitých potřebách.“* To má značný dopad na logické myšlení žáka, kterého už je díky tomu schopen.

Začíná se objevovat schopnost vnímat jak celek, tak i jednotlivé části. Langmeier píše (2006, str. 113): *„Dítě je nyní schopno činnosti analyticko-syntetické v tom smyslu, že umí vyjmout části z předloženého celku a zase je podle určitého hlediska složit.“*

V raném školním věku bývají děti citlivější, ale jsou již schopné nějaké sebekontroly. Langmeier (2006, str. 114) o emoční zralosti píše: *„Emoční zralostí rozumíme věku přiměřenou kontrolu citů a impulsů. Dítě má být již schopno odložit splnění svých přání, je-li to nutné nebo výhodné vzhledem k pozdějšímu cíli.“* Pro předškolní děti je těžké vzdát se své tužby dostat nové autíčko, když ho vidí. Školák už dokáže touze více odolávat. Ve škole se to ukazuje na tom, jak se žáci učí poslouchat druhé. Když může na otázku odpovědět jen jeden žák, ostatní musí zvládnout mlčet, i když odpověď znají. Naučit se sebekontrolu je dlouhý proces, na který nemůžeme spěchat.

2 RVP pro ZV a slovní úlohy s penězi na ZŠ

V této kapitole se budu věnovat rámcovému vzdělávacímu programu pro základní vzdělávání (RVP ZV), konkrétně vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace. Uvedu zde vzdělávací cíle a obsah z prvního i druhého vzdělávacího období, které se slučují se slovními úlohami s penězi. Pak se také budu věnovat pojmu finanční gramotnost a jejímu umístění v RVP ZV.

RVP ZV klade za cíl, aby žák dosáhl té nejvyšší matematické gramotnosti, jíž je schopen. Dále by pak měla být matematika učena prakticky tak, aby žák mohl nabyté zkušenosti aplikovat v reálném životě. Jeden z cílů vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace (RVP ZV, 2007, str. 31) sděluje: *„Vnímání složitosti reálného světa a jeho porozumění; k rozvíjení zkušenosti s matematickým modelováním (matematizací reálných situací), k vyhodnocování matematického modelu a hranic jeho použití; k poznání, že realita je*

složitější než její matematický model, že daný model může být vhodný pro různorodé situace a jedna situace může být vyjádřena různými modely. “

Z prvního vzdělávacího období jsem vybrala očekávané výstupy, které přímo souvisí s problematikou slovních úloh s penězi. V oblasti Číslo a početní operace (RVP ZV, 2007, 31) najdeme: „*M-3-1-01 používá přirozená čísla k modelování reálných situací.*“ Těmi jsou v našem případě situace z prostředí obchodu či domova zasazené do konkrétních úloh s penězi (dělení mezi sourozence, šetření úspor), při jejichž řešení žák modeluje reálnou situaci pomocí peněz (bankovek, mincí).

V oblasti Závislosti a práce s daty (RVP ZV, 2007, str. 31-32) najdeme tento očekávaný výstup: „*M-3-2-02 popisuje jednoduché závislosti z praktického života.*“ Žák získává u úloh s penězi reálnou zkušenost. Například to může být to, že čím nakoupí víc stejných věcí, tím musí více zaplatit (Za 1 rohlík zaplatí 2 Kč, za 6 rohlíků zaplatí 12 Kč). Takových příkladů závislostí najdeme více.

Ve druhém vzdělávacím období jsem našla tento očekávaný výstup v oblasti Číslo a početní operace (RVP ZV, 2007, str. 33): „*M-5-1-05 modeluje a určí část celku, používá zápis ve formě zlomku.*“ Tento výstup je důležitý i proto, že v obchodech jsou velice často psané slevy jako „Myčka za třetinu,“ nebo „Jedna plus jedna panenka zdarma“ a mnohé další. Žák se tedy musí orientovat i ve zlomech, aby dokázal pochopit, jakou má tedy slevu.

V Práci s daty (RVP ZV, 2007, str. 34) je psaný očekávaný výstup: „*M-5-2-01 vyhledává, sbírá a třídí data.*“

Úlohy s penězi se dotýkají také finanční gramotnosti, kterou se učí děti již od prvního stupně ZŠ. V RVP ZV ji najdeme ve vzdělávací oblasti Člověk a jeho svět, konkrétně v obsahu Lidé kolem nás ve druhém vzdělávacím období (RVP ZV, 2007, str. 46): „*ČJS-5-2-04 orientuje se v základních formách vlastnictví; používá peníze v běžných situacích, odhadne a zkontroluje cenu nákupu a vrácené peníze, na příkladu ukáže nemožnost realizace všech chtěných výdajů, vysvětlí, proč spořit, kdy si půjčovat a jak vracet dluhy.*“ Zde uvedené myšlenky jsou jednoznačně propojené s řešením úloh nejen o penězích

v matematice, neboť tam může žák zjišťovat cenu nákupu nebo množství vrácených peněz od prodavačky. Jednoduše řečeno provádí aditivní a multiplikativní operace při řešení úloh.

3 Matematická gramotnost a její vymezení

Slovní úlohy patří do vyučovacího předmětu Matematika. Abychom vyřešili slovní úlohu, je třeba mít matematickou gramotnost rozvinutou na určité úrovni. Každý člověk potřebuje používat logické myšlení a matematická gramotnost je jednou z gramotností, která takové myšlení rozvíjí. Tyto důvody mě vedly k vyhledání vymezení v odborné literatuře.

Výzkum PISA (2012, str. 4) matematickou gramotnost definuje jako: „...*schopnost jednotlivce formulovat, používat a interpretovat matematiku v různých kontextech, nikoli jako synonymum minimálních znalostí a dovedností. Měla by spíše popisovat schopnost jednotlivce matematicky myslet a používat matematické pojmy, postupy, fakta a nástroje k tomu, aby popisoval, vysvětloval a předpovídal různé jevy. Takové pojetí matematické gramotnosti akcentuje význam dobrého porozumění pojmům čisté matematiky a užitek, jaký žákům přináší bádání v abstraktním světě matematiky.*“

Dále pak tento pojem vymezuje publikace Gramotnost ve vzdělávání (2010, str. 22): „*Matematická gramotnost je schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana.*“

Přestože jde o dvě různá vymezení matematické gramotnosti, shodují se v tom, že matematicky gramotný člověk je ten, který dokáže logicky přemýšlet, odůvodnit svůj názor a být tvořivý.

Podle příručky Matematická gramotnost ve výuce (2011, str. 6) se matematická gramotnost rozděluje do tří složek:

1. *Situace a kontexty, do nichž jsou zasazeny problémy, které mají žáci řešit tak získané vědomosti a dovednosti: používání a uplatňování matematiky v rozmanitých situacích.*

2. *Kompetence, které se uplatňují při řešení problémů (matematické uvažování, matematická argumentace, matematická komunikace, modelování...).*
3. *Matematický obsah tvořený strukturami a pojmy nutnými k formulaci matematické podstaty problémů (kvantita, prostor a tvar, změna a vztahy, neurčitost).*

Matematicky gramotný člověk je schopen využívat matematických znalostí ve svém životě. Dokáže si nejen obhájit svoje argumenty, ale i zhodnotit argumenty ostatních, případně poupravit svůj argument. Dokáže využívat matematického jazyka. Pokud něčemu nerozumí, situaci si přiblíží na modelu. Také dokáže používat matematické pojmy, kterým rozumí.

Když vezmeme v potaz žáky druhého ročníku, ti se teprve s matematickými pojmy začínají potkávat, do této doby jich znají jen omezené množství. Je důležité je ve výuce postupně připravovat. Důležité je, aby je v činnostech potkávali a tím je poznali. Matematické myšlení se také začíná teprve rozvíjet a žáci se učí, jak zvolit vhodný způsob řešení, jak matematický problém vyřešit a jaké argumentace použít při objasňování a obhajování zvoleného postupu.

4 Finanční gramotnost a její vymezení

Tuto kapitolu věnuji definici finanční gramotnosti, jejímu dělení a vysvětlení důležitosti této gramotnosti v matematice. Finanční gramotnost je velice široký pojem. Práce s mincemi je jen jednou složkou v tomto velice pestrém balíčku pojmů a vymezení.

Každý člověk potřebuje finanční gramotnost ovládat. Dvořáková (2011, str. 13) vymezuje definici finanční gramotnosti: „*Definice finanční gramotnosti hovoří o občanské odpovědnosti nebo o znalosti, dovednosti a schopnosti, jež je potřebná k životu, jaký občané v demokratické společnosti vedou. K takovým požadavkům lze zařadit i to, mít pravomoc a odpovědnost k tomu být finančně schopný a znalý a ekonomicky gramotný.*“

Ministerstvo financí definuje finanční gramotnost jako „*...soubor znalostí a hodnotových postojů občana nezbytných k tomu, aby finančně zabezpečil sebe a svou rodinu v současné společnosti, a aktivně vystupoval na trhu finančních produktů a služeb. Finančně gramotný občan se orientuje v problematice peněz a cen, a je schopen odpovědně spravovat*

osobní/rodinný rozpočet, včetně správy finančních aktivit a finančních závazků s ohledem na měnící se životní situace.“ (dostupné z <https://www.mfcr.cz>)

Podle Ministerstva financí dělíme finanční gramotnost na peněžní, cenovou a rozpočtovou. (dostupné z <https://www.mfcr.cz>) Avšak tato diplomová práce se nezabývá všemi složkami finanční gramotnosti, ale pouze tou peněžní. Práce je zaměřena na úlohy o penězích pro 2. ročník ZŠ a žákovské procesy řešení těchto úloh.

Ministerstvo financí píše: *„Peněžní gramotnost představují kompetence nezbytné pro správu hotovostních a bezhotovostních peněz a transakcí s nimi, a dále správu nástrojů k tomu určených.“* Klíčovými pojmy jsou mince, bankovky, peníze a hotovost.

O mincích píše zlatnictvi.net: *„Minci vyrábí mincovna, pro národní banku, ale zadavatelem je stát. Taková mince má svoji nominální hodnotu, tedy vyraženou cenu, letopočet, název státu a znak státu, tyto tři věci slouží k identifikaci mince.“*

K bankovce píše Česká národní banka: *„cenný papír na určitou peněžní částku; vydává ji emisní banka, je bezúročná, zní na majitele a ze zákona musí být přijímána jako platební prostředek“* Co jsou peníze, vysvětluje webová stránka www.penize.cz: *„Univerzální zboží, cokoliv, co slouží jako všeobecně přijímaný prostředek směny nebo placení. Funkce peněz: univerzální prostředek k vyjadřování cen ostatního zboží, prostředek směny a uchovatel hodnot.“*

Managementmania.com píše o hotovosti: *„Hotovost (oběživo, cash) jsou peníze ve své fyzické podobě, tedy ve formě bankovek nebo mincí.“*

Žák druhého ročníku se s penězi již nějakou dobu setkává. Již v mateřské škole mohou děti ke hře využívat makety mincí a bankovek. V rodině se také s hotovostí může setkávat, protože je potřeba nakupovat. Pojem peníze není pro žáka druhého ročníku neznámý pojem, ale hodnotu peněz (myšleno tak, že peníze nemají nekonečný zdroj) teprve poznává.

5 Čtenářská gramotnost a její vymezení

Zadání slovní úlohy je celé popsáno slovy (písemně nebo ústně) nebo graficky (obrázkem). V případě, že je zadání popsáno slovy, musí řešitel porozumět textu (při poslechu, nebo při čtení). Čtení s porozuměním je jeden z hlavních problémů dětí při řešení slovní úlohy (viz. kapitolu Problémy dětí při řešení slovních úloh). Bez porozumění textu žák není schopen úlohu vyřešit. Proto je tomuto problému věnována tato kapitola.

Výzkum PISA (2009, str. 12) definuje čtenářskou gramotnost jako: „...*schopnost porozumět psanému textu, zabývat se jím, přemýšlet o něm, a používat ho k dosažení vlastních cílů, k rozvoji vlastních vědomostí a potenciálu, a k aktivní účasti ve společnosti.*“

Podle Průchy (2013, str. 42) je čtenářská gramotnost: „*Angl. Fading literally. Komplex vědomostí a dovedností jedince, které mu umožňují zacházet s písemnými texty běžně se vyskytujícími v životní praxi (např. železniční jízdní řád, návod k používání léku). Jde o dovednosti nejen čtenářské, tj. Umět texty přečíst a porozumět jim, ale také dovednosti vyhledávat, zpracovávat a srovnávat informace obsažené v textu, reprodukovat obsah textu aj.*“

Z definic vyplývá, že čtenářská gramotnost je značně potřebná pro život každého člověka. Není důležité text jenom přečíst, ale každý mu musí i porozumět a udělat si na něj svůj názor. Je důležité i dokázat přečíst texty z více zdrojů a porovnat je. Přestože se jedná o gramotnost základní, není snadné ji rozvíjet.

Při řešení slovních úloh je klíčová čtenářská gramotnost, neboť žák musí přečíst text úlohy, který vyhodnocuje, tedy zaměřuje se na část údajů relevantních pro vyřešení úlohy (některé mohou být pro vyřešení nepodstatné). Našla jsem zajímavý rozdíl u čtení běžného textu a slovní úlohy. Autorka Sigmundová (2019, str. 26) cituje Kintsche, který tento rozdíl popisuje: „*Čtení s porozuměním matematických textů se přitom od čtení jiných textů poněkud odlišuje (Kintsch, Greno 1985, Fush et al. 20015, Dyrvold 2016). Při čtení matematických úloh se řešitel soustředí pouze na několik specifických významů přirozeného jazyka, tj. na ty, které se týkají číselných/matematických údajů a vztahů mezi nimi. Řešitel slovní úlohy se tudíž musí naučit používat jiné čtenářské strategie, musí se naučit ignorovat řadu významů,*

které by obvyčejně byly pro interpretování textu relevantní. Objekty, osoby a děje, o kterých slovní úloha pojednává, jsou tedy významné jen proto, že specifikují matematické údaje uvedené ve slovní úloze (Kintsch, Greeno, 1985).“

Důležitý je fakt, že všechny tři typy gramotnosti, které jsou v této diplomové práci vymezené (matematická, finanční a čtenářská) se navzájem propojují. Řešitel slovních úloh musí ovládat na nějaké úrovni každou ze zmíněných gramotností (podle zvolené slovní úlohy), aby byl schopen najít řešení.

6 Slovní úloha a její vymezení

Výuka matematiky na prvním stupni základní školy má jako jeden z cílů přiblížit žákům reálné životní problémy, které je mohou mimo školu potkat, a je potřeba je vyřešit. Tento cíl naplňují vybrané úlohy v matematice. Dříve než se budu věnovat pojmu slovní úlohy, je třeba si vymežit úlohu v matematice obecně, protože slovní úloha do těchto úloh patří. Nováková (2000, str. 7) cituje Shoenfelda, který říká, že úloha v matematice je „*cokoliv, co vyžaduje být uděláno, nebo vyžaduje, aby něco bylo uděláno.*“ Což znamená, že úloha je v matematice jakékoliv zadání, které žák musí řešit.

Slovní úlohy jsou nepostradatelné ve vyučování, protože mají veliký didaktický potenciál, který vymezuje Blážová (2002, str. 4):

- „*Řešení slovních úloh má velký vliv na rozvoj myšlení žáků, jejich pozornosti a představivosti.*“
- „*Řešení slovních úloh má při vhodném využití značný výchovný dosah.*“
- „*Na úlohách se hlouběji objasňují a konkretizují základní matematické pojmy.*“
- „*Při řešení slovních úloh se upevňují početní návyky a uvědomělé používání základních početních operací.*“
- „*Řešení slovních úloh připravuje žáky k využívání matematiky v praktickém životě.*“

Z toho vyplývá, že slovní úlohy mají významný didaktický potenciál. Zasahují do všech oblastí matematiky (algebry, aritmetiky a geometrie). Je tedy výhodné takové slovní úlohy do výuky vkládat.

V žádné odborné literatuře nenajdeme jednotnou definici slovní úlohy. Každý autor vnímá slovní úlohu jinak. Těchto vymezení je velké množství, pro tuto diplomovou práci jsou zde vybrána tři obecná vymezení.

Stein, kterého cituje Sigmundová (2019, str. 13) chápe slovní úlohu jako: *„jakékoliv matematické cvičení (an exercise), kde jsou výchozí informace potřebné pro řešení úlohy (a problem) prezentovány textem, nikoli matematickým zápisem.“* Toto vymezení se zaměřuje na text ve slovní úloze. Další vymezení od Malinové (1983, str. 101) se zaměřuje na tři oblasti matematiky (aritmetiku, algebru a geometrii) a na to, že úloha je formulována slovně: *„Slovní úlohou rozumíme obvykle úlohy aritmetické, algebraické nebo geometrické, formulované slovy nebo úlohy z praxe, jejichž řešení vyžaduje řešení aritmetické nebo algebraické či geometrické úlohy.“*

Zatímco předešlá dvě vymezení zmiňují text či slova, která se musí ve slovní úloze vyskytovat, Hejný píše o důležitosti jazykového porozumění. To se ale nutně nemusí vztahovat pouze k úloze psané či vyslovené, ale i k slovní úloze, která je zadána obrázkem. Ta se vyskytuje převážně v prvních ročnících základní školy, kdy žák ještě neovládá plně čtenářskou gramotnost. Hejný (2003, str. 3) píše: *„Termínem slovní úloha rozumíme matematickou úlohu, která vyžaduje jazykové porozumění a přesah do životnej skúsenosti.“* Důležitý u slovních úloh je právě ten přesah do reálného života. Slovní úloha tak dává žákovi zkušenost s reálným matematickým problémem, kterou může využít mimo školu. Právě ta životní situace se týká i úloh s penězi. Problém mohou řešit jak skutečné, tak fiktivní postavy, mohou se v úloze objevovat existující i vymyšlené peníze, ale vždy jde o problém, který žákovi pomáhá si vytvářet novou zkušenost.

6.1 Strategie řešení slovních úloh

Blážová (2007, str. 6) rozděluje strategii řešení slovních úloh do tří fází:

- 1) *„Porozumění textu,*

- 2) *rozbor-analýza podmínek ve vztahu k otázce úlohy,*
- 3) *matematizace reálné situace vyjádřené textem úlohy.* “

Blážová (2007, str. 6-11) se dále podrobněji věnuje vysvětlením každého bodu tří fází. První bod se týká znovu čtenářské gramotnosti, bez které by úlohu nešlo vyřešit. Je důležité zohlednit věk žáků a náročnost textu. Je třeba přihlédnout k tomu, aby text byl přiměřeně dlouhý a náročný k danému věku žáka (nemůžeme chtít, aby žák v první třídě četl slovní úlohu, která je složitá, a text je dlouhý). Dalším problémem mohou být pojmy nebo slova, které žáci neznají. Žák také vnímá rozdíl mezi tím, zda jsou údaje psané slovy nebo číslicí (číslice jsou pro děti jednodušší). Dalším prvkem, který může děti zmást, jsou údaje, které jsou v úloze nadbytečné. Druhý bod se věnuje rozboru, který může být pro řešitele obtížný. Musí zjistit vztahy mezi zadanými údaji a otázkou. To vede k tomu, aby řešitel našel správné početní operace k vyřešení slovní úlohy. Poslední bod je o přeložení psaného textu do jazyka matematiky.

Novotná (2000, str. 21) pak rozděluje strategii do tří etap:

1. *„Etapa uchopování*
2. *Etapa transformace odhalených vztahů do jazyka matematiky a vyřešení odpovídajícího matematického problému*
3. *Etapa návratu do kontextu zadání úlohy“*

Sigmundová (2019, str. 18) rozebírá jednotlivé fáze Novotné. První etapa je důležitá, protože řešitel musí objevit vztahy mezi zadanými údaji a otázkou, zda všechny údaje jsou potřebné pro vyřešení úlohy. Ve druhé etapě se všechny údaje úlohy, které jsou potřeba k vyřešení, musí převést do jazyka matematiky. Je třeba najít vhodné početní operace a řešení, případně ověření. V poslední fázi se řešitel musí opět vrátit do původního textu úlohy, aby ověřil, zda je řešení správné a zformuloval odpověď na položenou otázku.

Když srovnáme výše uvedená vymezení fází strategie řešení slovních úloh od různých autorů, zjistíme, že ač jsou fáze jinak pojmenované, můžeme zde najít nějaké shody. Pro všechny autory je společné to, že řešitel musí porozumět zadání úlohy, kterou řeší, najít

vztahy mezi údaji a otázkou, a přijít na vhodnou početní operaci. Bez těchto tří základních věcí nelze slovní úlohu vyřešit.

Situaci dokresluje Hejný (1999, str. 9). Píše o postupu řešení a nahlíží na proces řešení slovních úloh přes čtení s porozuměním:

„Ptali jsme se, co probíhá v hlavě žáka od okamžiku, kdy se podívá na text úlohy, až do okamžiku, kdy už úloze rozumí, ví, co se od něj žádá, a začíná úlohu řešit. Tuto první fázi řešení slovní úlohy dnes nazýváme uchopování (anglicky grasping).“

Tato první fáze je rozdělena do dalších dílčích, kterými žák projde, než úplně porozumí psanému textu úlohy, který Hejný (1999, str. 40) popisuje:

„Řešitel si tvoří představu o tom, čeho se úloha týká, vzpomíná, zda již podobnou úlohu řešil.“ Vždy, když máme řešit nějaký problém, první, co uděláme, hledáme v mysli, zda už jsme někdy neměli podobnou zkušenost, o kterou se lze opřít. Proto je dobré se žáky věci dělat opakovaně, aby si mohli přidávat další zkušenosti.

Hejný (1999, str. 40) dále popisuje: *„Řešitel eviduje objekty úlohy. Zapiše, označí nebo nakreslí, co je dáno, a co se má najít. Někdy uvede i pomocné objekty, které sice v úloze nevystupují, ale které může použít při řešení.“* Každému člověku pomůže k pochopení něco jiného. Proto i žáci volí různé strategie. Je důležité, aby si žák mohl zvolit libovolný postup, jenž ho dovede k vyřešení úlohy. Hejný (1999, str. 40) se vyjadřuje ke vztahům v úloze: *„Řešitel eviduje vztahy mezi objekty a tyto si nějak vyznačí, například pomocí šipek, se kterými se pojí již na papíře napsané objekty. Někdy připiše i pomocné vztahy.“*

„Řešitel si utváří představu o úloze jako o celku, a z této představy se snaží vyvodit řešitelskou strategii, tj. Směr, kterým bude postupovat.“ Tato fáze může pro žáky představovat problém, protože musí úlohu celou pochopit a vědět, jaké vztahy mají zadané údaje mezi sebou.

Podle Hejného (1999, str. 40) tyto etapy nejdou za sebou, ale vzájemně se prolínají. Řešitel se může k některé opětovně vrátit. Tyto body slouží k pochopení, co se v hlavě žáka děje.

6.2 Problémy žáků při řešení slovních úloh

Přestože jsou slovní úlohy zařazovány do učiva již od první třídy základní školy, mají s jejich řešením žáci problémy. Novotná (2000, str. 15) cituje Rakušanovou: „*Je známo, že ještě dnes se setkáváme na mnohých školách s tímto jevem: žáci rádi a vcelku správně a pohotově počítají nejrůznější numerické příklady, ale zjevně neradi řeší slovní úlohy, třebaže touhou téměř každého žáka je 'umět vypočítat všechny příklady, co je v početnici'* ...“ Rakušanová píše o tomto problému v roce 1957, ale tento jev stále přetrvává.

Žák, který řeší slovní úlohu, musí samostatně přijít na to, jaký postup zvolit a jaké početní operace k řešení použít. Což je pro děti velmi obtížné. Novotná (2000, str. 15) píše: „*Na první pohled by se zdálo, že v příkladu je vždy početní úkon naznačen a žák není proto nucen přemýšlet o vztahu mezi danými čísly, kdežto ve slovní úloze musí nejen číselné údaje nejdříve vyhledat, zjistit vzájemný vztah a závislost, a teprve na základě tohoto zjištění musí sám určit příslušný početní úkon. V tomto faktu nesporně tkví část vysvětlení.*“ Obtížnost řešit slovní úlohy může být schovaná v tom, že ve slovní úloze řešitel samostatně pochopí hlouběji vztahy údajů v úloze a zvolí postup řešení, který ho dovede k cíli. Je tedy potřeba použít již nabyté teoretické znalosti.

Novotná (2000, str. 15) shrnuje závěry několika předešlých výzkumů, ze kterých vyšlo najevo, že hlavními problémy při řešení úloh jsou, že:

„*Žák má nedostatečné předchozí zkušenosti a znalosti související s kontextem, nebo s potřebným matematickým zázemím úlohy.*“ Každý člověk využívá dlouhodobou paměť. Pokud nastane nějaký problém, který je třeba řešit, vzpomíná, zda někdy už něco podobného řešil. Pokud řešitel nemá s problémem dostatečnou zkušenost, může pro něj představovat daleko větší problém.

Čtení s porozuměním dělá žákům značné problémy. Je náročné v textu hledat souvislosti a vzájemné vztahy. U slovních úloh je to ale zapotřebí k pochopení kontextu. Podle Novotné (2000, str. 15) je to jeden z hlavních problémů:

- „*Žák nečte zadání pozorně, s porozuměním.*“

- „Žák nesprávně interpretuje jeden nebo více termínů použitých v zadání úlohy.“

Zde hraje velkou roli srozumitelnost textu. Zda jsou v textu slovní úlohy nějaké termíny, kterým řešitel ještě nemusí rozumět.

Novotná (2000, str. 15) dále píše, že: „Žák není schopen spojit oddělené informace a vztahy do jednoho komplexnějšího celku.“ Ve slovní úloze je více údajů, které vyhledá a pochopí vzájemné vztahy mezi nimi. Jakmile tyto vztahy pochopí, začne je propojovat.

Příčin, proč mají žáci takový problém s řešením slovních úloh je mnoho a v této kapitole je jen několik příkladů, které do problému uvádějí. Podle Divíška (1989, str. 123) je hlavním problémem při řešení úloh pochopení textu. Děti nemusí pochopit každý pojem v textu a je tedy na učiteli, aby dětem pomohl. Pokud by žák nějaké slovo nepochopil správně, mohlo by se stát, že úlohu nezvládne vyřešit. K tomu může dopomoci didaktická pomůcka¹.

6.3 Učebnice matematiky pro 2. ročník ZŠ

Na trhu lze najít mnoho různých učebnic matematiky pro druhý ročník. Každá škola si tak může vybrat takovou, která nejvíce bude vyhovovat jejich ŠVP. Já jsem si vybrala tři řady učebnic, které jsem prostudovala. Našla jsem všechny slovní úlohy, jenž se zabývají tematikou financí (rozdělování určitého obnosu, porovnání, placení...).

První jsem zvolila nakladatelství Prodos, protože je to řada učebnic matematiky, podle které jsem se učila já, když jsem chodila na základní školu. Taktik je na rozdíl od Prodosu (2007) nová řada (2017). Tyto dvě řady jsem zvolala právě kvůli jejich rozdílnosti v datumu vzniku. V poslední řadě jsem vybrala nakladatelství H-mat, protože k vyučování matematice přistupuje rozdílně než předchozí dvě řady.

Každá ze tří podkapitol je věnována jedné řadě učebnic. Úlohy jsem do diplomové práce vložila za sebou tak, jak jsem je našla v jednotlivých dílech učebnice. Každou úlohu jsem zvlášť didakticky okomentovala. Didaktické komentáře jsem zaměřila na to, jak jsou slovní

¹ „Učební pomůcka je tradiční označení pro objekty, předměty zprostředkující nebo napodobující realitu, napomáhající větší názornosti nebo usnadňující výuku.“ (Průcha, 2013)

úlohy poskládané, zda jsou pro žáky druhého ročníku srozumitelné. Dále je důležité také to, jak text ve slovní úloze žákům přímo napovídá, jaké početní operace žák má při řešení úlohy použít. Okomentovala jsem to, jak je slovní úloha připravena graficky a zda pomáhá žákovi s řešením (obrázky, předepsané řešení, číselná osa...). Věnuji se i případným úskalím a problémům, které by žáky mohly potkat při řešení úlohy.

Za podkapitolami o řadách učebnic, kde se zabývám jednotlivými slovními úlohami o penězích, jsem uvedla kapitolu, kde všechny nalezené slovní úlohy z předešlých podkapitol jsem roztřídila podle mnou pojmenovaných typů (3) do tabulky. Cílem tabulky je přehled o tom, s jakou frekvencí se různé typy úloh objevují a zdali patří do více typů najednou. V poslední podkapitole srovnávám tři vybrané řady podle výskytu úloh o penězích v pojmenovaných typech.

6.3.1 Učebnice matematiky pro 2. ročník nakladatelství Prodos

3 Pastelky stojí 8 korun. Sešit je o 6 korun levnější než pastelky. Kolik korun stojí sešit a pastelky dohromady?

pastelky Kč
sešit o Kč méně

sešit Kč - Kč = Kč

8 Kč Kč

pastelky	Kč
sešit	Kč
celkem	Kč

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

Pastelky a sešit stojí dohromady Kč.

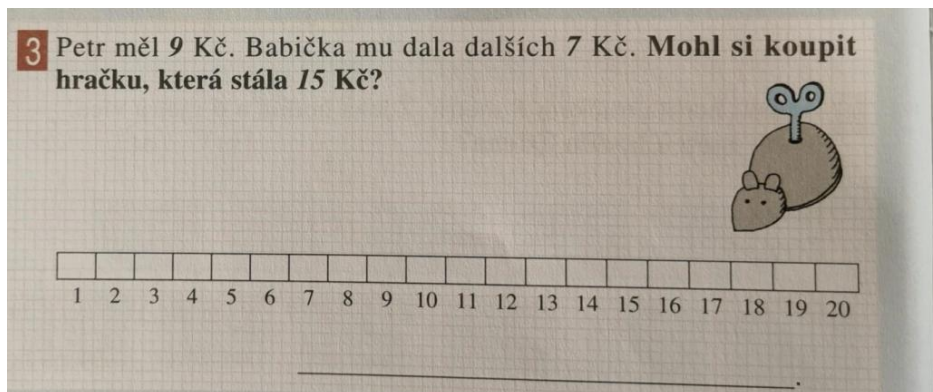
Obrázek 1

Komentář:

Jedná se o slovní úlohu o penězích s řetězením operací. Žák musí zjistit, který předmět kolik stojí. Nakonec ještě musí zjistit, kolik ty věci stojí dohromady. Text žákovi napovídá, jakou početní operaci má při řešení použít pro obě početní operace. V zadání jsou zvýrazněné ty části textu, které jsou pro řešení úlohy nezbytné. Zároveň žákovi pomáhá předepsané řešení, obrázek a číselná osa.

Protože se jedná o úlohu, která je na začátku ročníku (str. 22, první díl), žáci ještě nemusí být zdatní čtenáři a mohou tedy neporozumět otázce úlohy, což může být možným úskalím

úlohy. Nejdříve úloha mluví o dvou předmětech, které jsou každý jinak drahý. Což napovídá tomu, že otázka úlohy bude: Kolik stojí sešit?

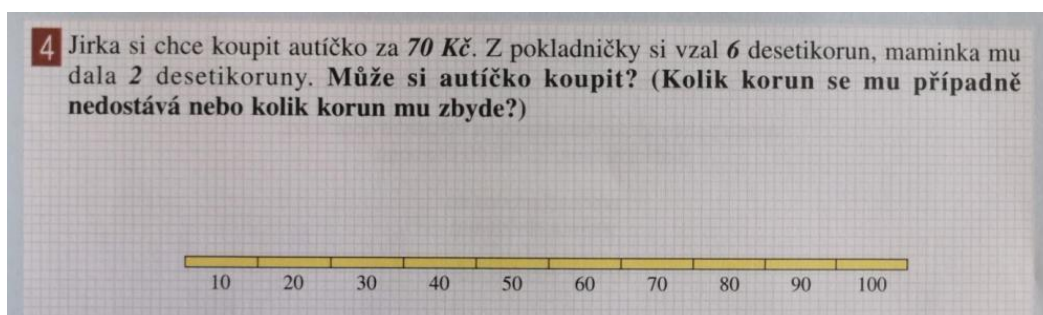


Obrázek 2

Komentář:

Jedná se o další úlohu, kde se řetězí početní operace. Text úlohy signalizuje, že jde o sčítání a následně o odčítání. Text úlohy je jednoduchý a srozumitelný. Žákovi autor pomáhá tím, že mu zvýrazňuje slova, čísla nebo věty, které jsou důležité. V úloze již chybí předepsané řešení, kromě řádku na odpověď na otázku v úloze. Řádek na odpověď je doplněn i tečkou. Žák může při řešení použít číselnou osu. Obrázek (myš) jen nejspíše ukazuje hračku, kterou si Petr chtěl koupit, ale už žákovi s řešením úlohy nijak nepomáhá.

Úloha jasně signalizuje, jaké početní operace má žák použít, takže by neměl nastat problém s pochopením textu. Úskalí může být v tom, že jde o dvě početní operace a žák udělá pouze jednu.



Obrázek 3


Komentář:

Úloha pracuje se sčítáním násobků deseti. Jde opět o řetězení dvou operací, které žák musí použít, aby dokázal odpovědět na otázky v úloze. Zároveň řešení úlohy může být pro žáka jednodušší, protože jde o sčítání násobků deseti. Žákovi zde pomáhá při řešení tučně zvýrazněný text. Dole je řádek pro odpověď již bez tečky.

Úloha má poměrně dost textu, ve kterém se žák nemusí vyznat. Dalším problémem, který žák může mít, může být to, že úloha má tři otázky:

- 1) „Může si autíčko koupit?“
- 2) „Kolik korun se mu případně nedostává?“
- 3) „Kolik korun mu zbyde?“

První otázka je pro dítě již známá z předešlé úlohy. Ale další dvě otázky už nemusí postřehnout a odpovědět na ně (může tomu přispět i fakt, že otázky jsou psané v závorce), přestože odpověď bude znát z výpočtu.

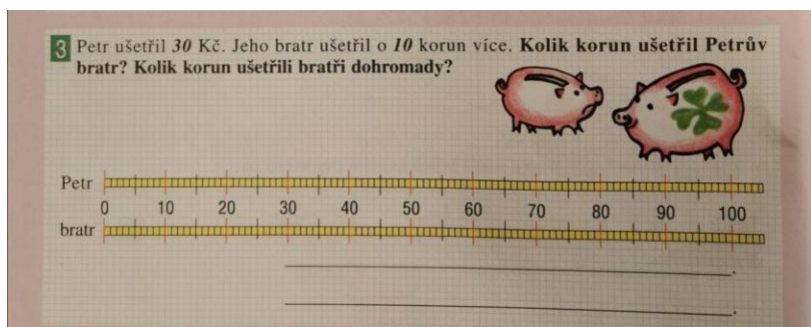
1 Roman ušetřil 60 Kč .	
Zuzka o 20 Kč méně než Roman.	Zuzka ušetřila ____ Kč .
Zdena o 40 Kč více než Roman.	Zdena ušetřila ____ Kč .
Adam o 50 Kč méně než Roman.	Adam ušetřil ____ Kč .
Eva o 60 Kč méně než Roman.	Eva ušetřila ____ Kč .
Honza o 30 Kč více než Roman.	Honza ušetřil ____ Kč .
Tom o 10 Kč více než Roman.	Tom ušetřil ____ Kč .
Jitka o 20 Kč více než Roman.	Jitka ušetřila ____ Kč .
Lenka o 40 Kč méně než Roman.	Lenka ušetřila ____ Kč .
	Nejvíce ušetřil(a) ____. Nejméně ušetřil(a) ____

Obrázek 4

Komentář:

Úloha je zaměřena na porovnání mezi dvěma dětmi a volby příslušné operace sčítání/odčítání. Nakonec porovnáváme sumy u všech dětí. Přestože má úloha poměrně dost textu, tak je psána přehledně a žák by se v ní tedy měl spolehlivě vyznat. Protože každé dítě

v úloze vždy porovnává své ušetřené peníze s Romanem, tak žák velice brzy může přijít na to, že mu stačí si přečíst číslo (které dítě ušetřilo) a slovo „více“ nebo „méně“. Graficky je úloha velmi přehledná a žákovi napomáhají i předepsané odpovědi. Obrázek v úloze jen tematicky ladí s úlohou, ale nijak žákovi při řešení nepomáhá.



Obrázek 5

Komentář:

Jde o obdobu předešlé úlohy. Navíc se zde sčítají dva obnosy peněz. Text úlohy je přehledný a žákovi druhého ročníku srozumitelný. Obrázek nepomáhá s řešením úlohy. Jsou tu dvě číselné osy za každého chlapce, které řešiteli demonstrují rozdíl v obnosu peněz. Oproti ostatním úlohám jsou zde dva řádky na odpovědi, což může žákovi naznačit, že má otázky dvě.

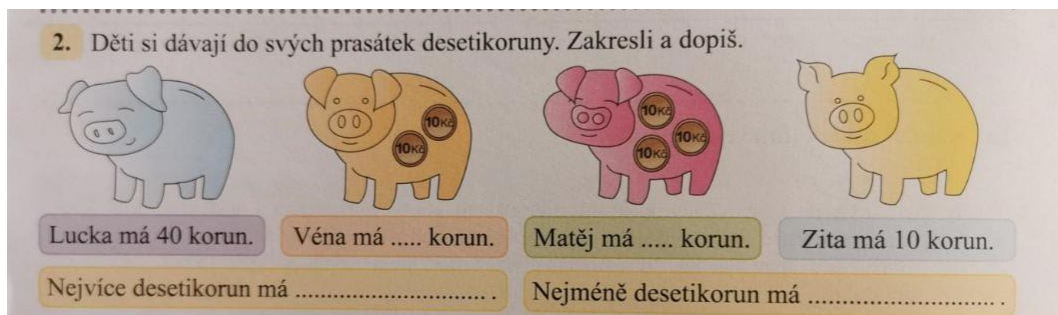


Obrázek 6

Komentář:

Úloha je těžší oproti ostatním, protože se jedná o úlohu s antisignálem. Žák z textu nepozná, jakou početní operaci má zvolit. Pro vyřešení slovní úlohy je tedy potřeba hlouběji porozumět textu slovní úlohy. Obrázek jen dokresluje situaci v úloze, ale k řešení samotné úlohy není důležitý. V této úloze žákovi už může dopomoci jen číselná osa, jiné grafické pomůcky (předepsaná řešení, obrázek, který by dopomohl při řešení) chybí.

6.3.2 Učebnice matematiky pro 2. ročník nakladatelství Taktik

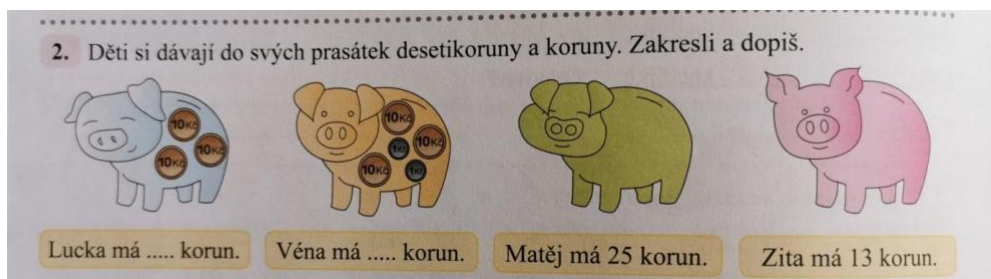


Obrázek 7

Komentář:

Slovní úloha je zadána jak slovy, tak i obrázkem. Je to zvoleno na začátku druhého ročníku, kdy žák ještě nemusí být zdatným čtenářem a obrázek mu pomůže lépe pochopit zadání úlohy. Slovní úloha má předepsaná řešení, kam žák buďto zapisuje nebo zakresluje své řešení. Graficky je úloha přehledná. Je zde oddělen jak barevně, tak vizuálně text, aby bylo zcela jasné, kam patří.

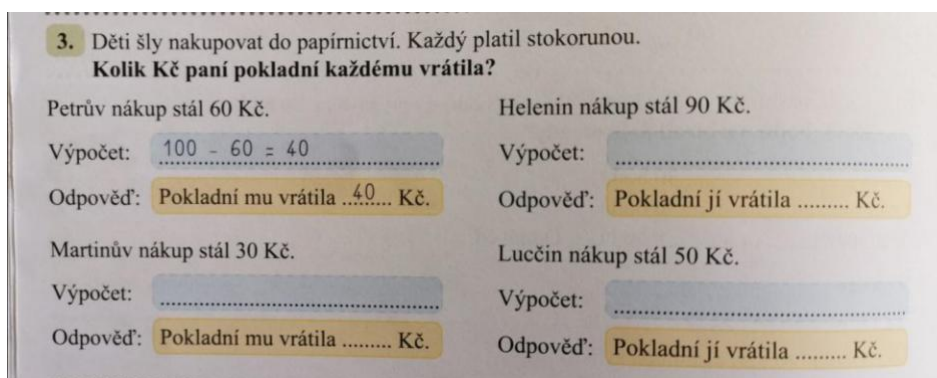
Možným úskalím může být to, že úloha je graficky velmi pestrá jak barvami, tak obrázky (každé prasátko je jiné), což může odvést pozornost žáka od řešení úlohy.



Obrázek 8

Komentář:

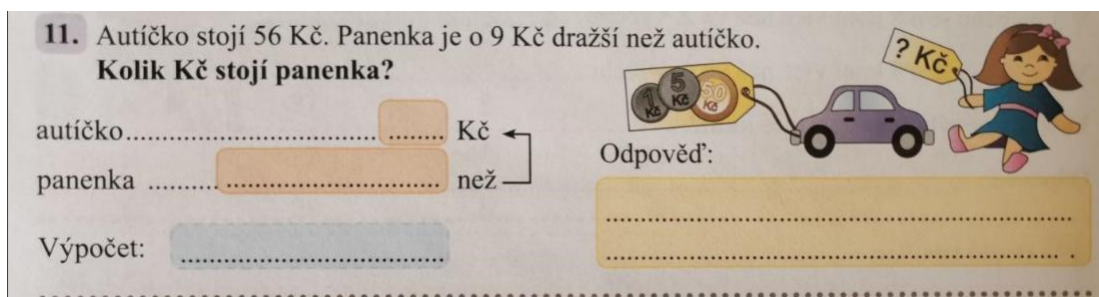
Jedná se o gradaci na předešlou úlohu (obrázek 7). Tam žáci dokreslovali a dopisovali pouze desetikoruny, zde už řeší i koruny.



Obrázek 9

Komentář:

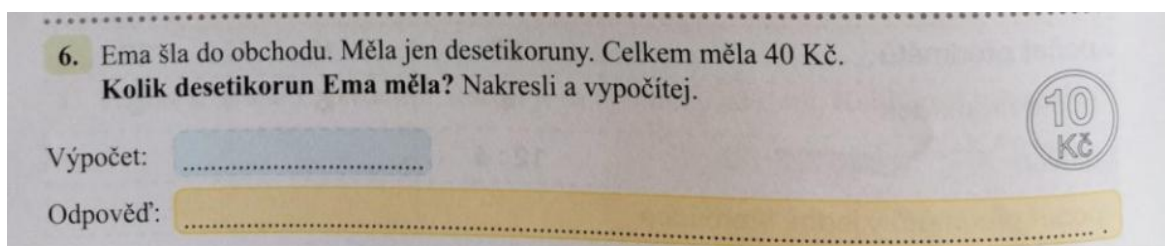
Jedná se o úlohu, kde je jedno zadání, ale mění se částky, které děti zaplatily. Zadání žákovi jasně napovídá, jaké početní operace má použít. Je zde předepsaná odpověď, žák jen dopisuje potřebné údaje. Přestože jde o úlohu, kde se řeší několik výpočtů, tak úloha je přehledná (modrý je výpočet, žlutá je odpověď). Tučným textem je označena otázka úlohy, což má žákovi pomoci se zaměřit na to důležité. První výpočet a odpověď demonstruje autor učebnice a žák má toto řešení úlohy napodobit.



Obrázek 10

Komentář:

Jedná o úlohu s jednou početní operací, kterou text úlohy jasně naznačuje. Tučně je zvýrazněna otázka, což žákovi demonstruje, že se má na ní zaměřit. Úloha má předepsaný postup řešení, jednotlivé části jsou vizuálně odděleny. Žák jen vyplňuje. Obrázek dopomáhá žákovi úlohu řešit, protože je u autíčka ukázána potřebná suma v mincích.

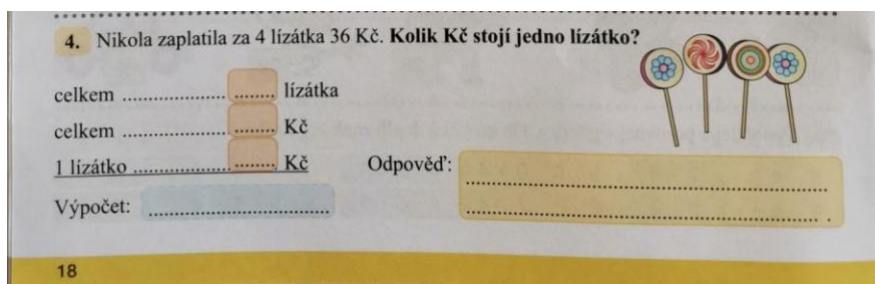


Obrázek 11

Komentář:

Úloha má jako předešlé tučně zvýrazněnou otázku a předepsané řešení. Žák zde má úlohu, jak vyřešit výpočtem, tak zakreslit daný počet mincí. Obrázek žákovi demonstruje, jak může desetikoruny kreslit.

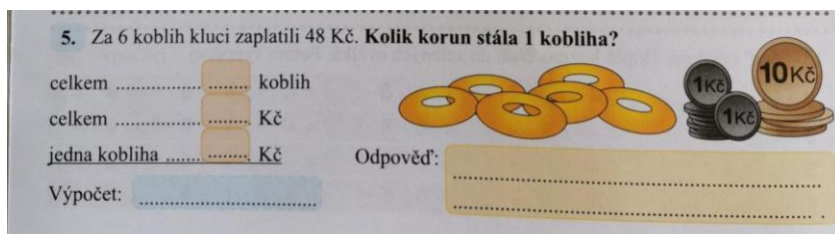
Případným úskalím může být to, že první věta v úloze je informace, kterou žák nepotřebuje vědět, aby mohl úlohu řešit. Tím, že je tato informace na začátku, může žákovi mysl zahltit. Ten se pak nemusí soustředit na důležité informace.



Obrázek 12

Komentář:

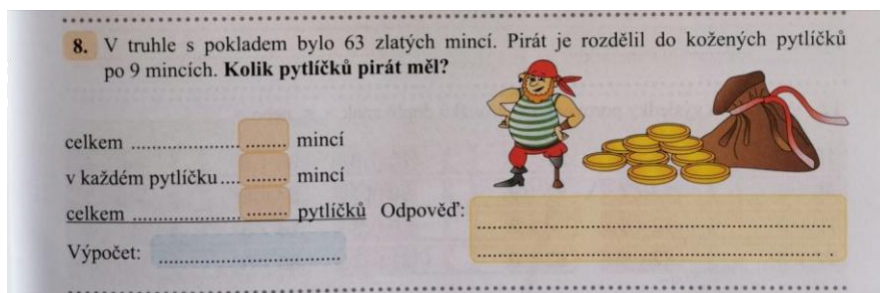
Úloha je zaměřena na dělení čtyřmi. Je do učebnice vložena tam, kde se žáci s dělením čtyřmi seznamují. Obrázek zde tentokrát nepomáhá žákovi úlohu řešit. Žák opět zapisuje do předepsaného řešení. Text jasně signalizuje, jakou početní operaci má žák použít.



Obrázek 13

Komentář:

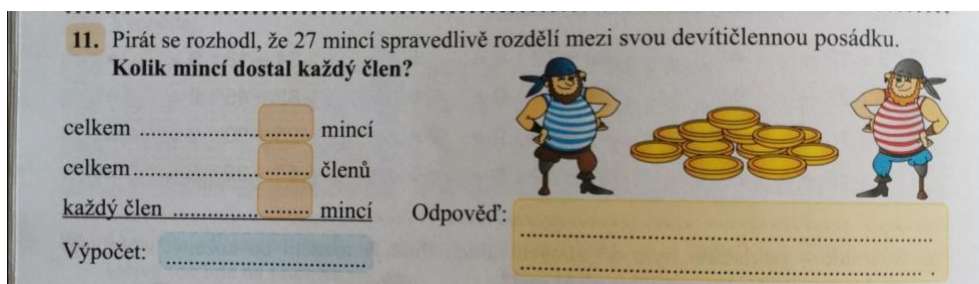
Jde o obdobnou úlohu jako byla předešlá (obrázek 12), jen se zde dělí číslem šest.



Obrázek 14

Komentář:

Zajímavé je zde to, že se jedná o jiné platidlo, než je Kč. Žákovi druhého ročníku může příběh o pirátech pomoci s řešením úloh. Jedná se o vnější motivaci. Řešení je zde opět předepsané. Text úlohy žákovi napovídá, jakou početní operaci zvolit. Úloha je textem pro žáka srozumitelná.



Obrázek 15

Komentář:

Jedná se o podobný typ úlohy jako je úloha předešlá, s tím, že se zde celková suma nedělí do pytlíčků ale spravedlivě se rozděluje mezi posádku lodi.

6.3.3 Učebnice matematiky pro 2. ročník nakladatelství H-mat

- 2** Dan a Jan mají dohromady 5 mincí z obrázku. Jan má 9 Kč, zbytek má Dan.
 Dan má mince
 Když dá Janovi,
 tak budou mít stejně.



Obrázek 16

Komentář:


Text Úlohy je žákovi druhého ročníku srozumitelný. Přestože se jedná o složitější vztahy mezi Danem a Janem, je úloha přehledná, což žákovi napomáhá se vyznat. Dítě dopisuje jen své řešení do předkreslených rámečků. Je třeba více pochopit danou úlohu, aby žák věděl, jaké početní operace použít. Obrázek žákovi přímo pomáhá, protože dokresluje situaci a demonstruje, o jaké mince se jedná. Žák tedy už jen mince musí roztřídit podle zadání. Otázka zde není přímo napsaná, řešitel ji musí pochopit z textu.

- 3** Maminka přidala každému ze tří dětí do kasičky 2 Kč a tatínek 3 Kč.
 a) Kolik korun přibýlo každému v kasičce?
 b) Kolik korun má teď každý v kasičce? A, B, C

Obrázek 17

Komentář:

Text úlohy je srozumitelný a jasně naznačuje, jaké početní operace žák použije v řešení. Žák své řešení zapisuje do předepsaných rámečků. Úloha má dvě otázky, které jsou přehledně oddělené. Hned za nimi je žlutý rámeček s odpovědí.


3 Ivan má 3 mince a Jana má 2 mince. Dohromady mají 12 Kč.
 Jana má o 2 Kč více než Ivan.

Ivan má mince Kč, Kč a Kč.
Jana má mince Kč a Kč.

Obrázek 18

Komentář:

Úloha má přiměřeně textu. Nejsou zde napsané otázky, místo nich jsou prázdné rámečky v zadání, kam žák má doplnit své řešení. Text úlohy žákovi napovídá, jaké početní operace použít, ale je potřeba hlouběji pochopit celé zadání. Nejsou zde žádné obrázky, které by žákovi dopomohly úlohu řešit.

2 a) Anna má jednu minci a Gita má tři. I přesto mají stejně korun.
 Dohromady mají 10 Kč.

Anna má minci Kč, Gita má mince Kč, Kč a Kč.

b) Anna má 2 mince a Gita má 3 mince. I přesto má Anna o 1 Kč více než Gita. Dohromady mají 11 Kč.

Anna má mince Kč a Kč, Gita má mince Kč, Kč a Kč.

Obrázek 19

Komentář:

Úloha má poměrně velké množství textu, ve kterém je možné, že by se žák druhého ročníku mohl ztratit. Má dvě zadání (A a B), žák si tedy může zvolit, které chce řešit. Zadání A je jednodušší než zadání B, protože v zadání B je o jednu podmínku více (Anna má o 1 Kč

více). Chybí zde otázky, na které by žák odpovídal. Řešení se vypisuje rovnou do zadání tam, kde jsou žlutě zvýrazněná místa.

4 Anna a Gita mají dohromady 21 Kč, je to 7 mincí. Gita má o jednu minci více než Anna a Anna má o jednu korunu více než Gita.

Anna má mince

a Gita má mince .

Obrázek 20

Komentář:

Žák již musí rozkládat vyšší sumu, než u úloh předešlých a pracovat s větším počtem podmínek. Úloha je barevně označena jako výzva, a proto je tedy složitější než jiné úlohy. V úloze není otázka. Žák musí si otázku domyslet při hlubším pochopení vztahů v úloze.

3 Magda má dvojnásobek korun, co Kamila. Dohromady mají dívky

a) 9 Kč. Magda má Kč, Kamila má Kč.

b) 18 Kč. Magda má Kč, Kamila má Kč.

c) 36 Kč. Magda má Kč, Kamila má Kč.

Obrázek 21

Komentář:

Úloha je přehledná a textu je přiměřeně. Je zde možnost si vybrat zadání, které chce žák řešit (a, b, c). V úloze není napsána otázka. Žák řešení zapisuje do žlutých rámečků. Text úlohy napovídá, o jakou početní operaci se bude jednat. Úloha postupně graduje tím, že se zvyšují čísla v zadání.

Úskalím může být to, že se zde vyskytuje slovo dvojnásobek a očekává se, že žák ví, co znamená.

2 Aleš a Boris mají každý jednu minci.



a) Aleš má o 3 Kč více než Boris.

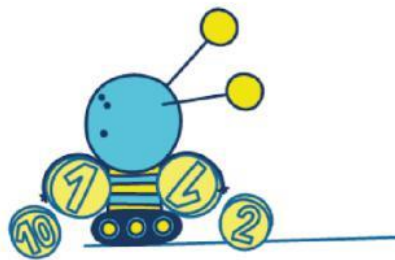
Dohromady mají hoši korun.

b) Aleš má o 4 Kč více než Boris.

Dohromady mají hoši korun.

c) Aleš má o 40 Kč více než Boris.

Dohromady mají hoši korun.



Obrázek 22

Komentář:

Žák si zde musí hlouběji uvědomovat hodnoty mincí, protože je porovnává. Úloha graduje vzrůstající se hodnotou částky, o kterou má Aleš více než Boris. Text úlohy je poměrně obsáhlý. Žák si může vybrat, které zadání chce řešit. Obrázek v úloze nepomáhá žákovi k řešení úlohy.

2 Aleš, Boris a Cyril mají každý jednu minci.



Nejvíce korun má Cyril, nejméně Aleš.



Cyril má o 3 Kč více než Boris.

Aleš má korun.

Boris má korun.

Cyril má korun.

Dohromady mají korun.


Obrázek 23


Komentář:


Úloha je složitější na pochopení, protože se zde již jedná o rozdělení mincí mezi tři děti (předtím se jednalo o dvě). Textu v úloze je méně než v předešlých úlohách. Chybí otázka v úloze. Žák své řešení vypisuje do žlutých rámečků.

Úskalím může být to, že se zde jedná o více dětí a komplikuje to tak vztahy mezi nimi.

2 Aleš má 2 mince, Boris i Cyril mají každý jednu minci.

 Cyril má o 15 Kč méně než Boris. Aleš má více korun než Cyril, ale méně než Boris.





Aleš má Kč.

Boris má Kč.


Cyril má Kč.

Dohromady mají Kč.

Obrázek 24

Komentář:

Úloha má srozumitelný text. Úloha je přehledná. Vztahy v úloze jsou poměrně složité. Žák musí úlohu pochopit hlouběji, aby ji dokázal vyřešit. Žák řešení vypisuje do žlutých obdélníků. Tato úloha je zajímavá tím, že má více řešení. Jde zde o řetězení početních operací.

2 Mariánka si kupovala kornout za 14 Kč. Platila jednou mincí a prodavač  ji vrátil mince dvě. Mariánka platila mincí Kč.


Prodavač ji vrátil mince Kč a Kč.

Obrázek 25

Komentář:

Úloha má přiměřeně textu. Řešení úlohy se vypisuje do předepsaných rámečků. Nejsou zde žádné obrázky, které by žákovi pomohly řešit. Žák vlastně odpovídá na dvě otázky, které ale nejsou napsané, ale z textu je lze domyslet (Jakou mincí Marianka platila? Jaké mince jí vrátil prodavač?)

2 Aleš má 1 minci, Boris i Cyril mají každý po dvou mincích.

 Aleš má o 5 Kč více než Boris a o 5 Kč méně než Cyril.

Aleš má Kč,

Boris má Kč

Cyril má Kč


Dohromady mají Kč.



Obrázek 26

Komentář:

Úloha navazuje na úlohu (obrázek 23) a je náročnější v následujícím: v minulé úloze měl jeden chlapec dvě mince, a dva chlapci jednu minci. Je graficky přehledná. Textu je přiměřené množství. Obrázek u úlohy nepomáhá žákovi s řešením. U úlohy je dostatek místa pro zápis žáka.

5 a) Derek má 8 mincí. Dohromady má 11 Kč.  mincí má

 a  mincí má .

 b) Když Kouzelník Zababa promění všechny jeho  mince na  mince a všechny jeho  mince na  mince, tak tím Derek získá Kč.

Obrázek 27

Komentář:

Úloha pracuje s počtem mincí. Zajímavé je, že zde nejde o dvě zadání, která si může žák volit podle svých schopností. Ale jedná se o návaznost. V úloze jsou obrázkem znázorněny mince. Úloha má přiměřeně textu, který je srozumitelný.

6.4 Typologie slovních úloh s penězi

Všechny slovní úlohy s penězi, které jsem našla ve třech řadách učebnic (viz kapitoly) jsem rozdělila do tří základních typů (Suma, nominální hodnota a počet mincí). Udělala jsem přehlednou tabulku. V této tabulce můžeme sledovat frekvenci výskytu v jednotlivých typech, a zda najdeme v učebnici všechny tři typy. Úlohy jsou v tabulce nadepsané jako obrázek x a takto jsou v předešlých kapitolách dohledatelné (viz kapitoly....).

Ve slovních úlohách s penězi, které jsem našla ve třech řadách učebnic, lze najít určité společné znaky. Ve většině slovních úloh ze zmíněných tří řad (Prodos, Taktik, H-mat) se řeší nějaká suma peněz. To je první typ úloh a ten jsem ještě rozdělila takto:

- A) **Dohromady:** Jde o úlohy, kdy se nějaké menší částky dávají dohromady do jedné sumy.
- B) **Rozdělení:** Rozdělovat můžeme 1) na hromádky, 2) mezi několik osob (i fiktivních postav), 3) do nějaké nádoby (kasičky, mističky).
- C) **Porovnání:** Mezi částkami, která je vyšší a která nižší.
- D) **Zbylo:** Příkladem může být, když jde někdo nakupovat do krámu a prodavačka mu nějaké peníze vrátí nebo když si dítě našetří do kasičky na hračku, a ta stojí méně, než si našetřil.

V některých slovních úlohách se objevuje myšlenka nominální hodnoty mince. Je zde důležité, zda se v zadání píše jen o jedné hodnotě mince (koruna, desetikoruna...) nebo je úloha pestrá. Ve slovní úloze, kde žák pracuje s myšlenkou nominální hodnoty mince, se může objevit i počet mincí, který je pro řešení důležitý. Ale jsou i slovní úlohy, kdy je pro řešení úlohy důležitý počet mincí, ale nominální hodnota mince se v nich neobjevuje.

Legenda: D ... Dohromady, R ... Rozdělení, P ... Porovnání, Z ... Zbylo													
Úloha	Nakladatelství	Suma				Nominální hodnota v Kč							Počet mincí
		D	R	P	Z	1	2	5	10	20	50	100	
Obrázek 1	Prodos	/											
Obrázek 2		/			/								
Obrázek 3		/			/				/				
Obrázek 4				/									
Obrázek 5		/											
Obrázek 6		/											
Obrázek 7	Tak-tik	/	/	/					/				/
Obrázek 8		/	/	/		/			/				/
Obrázek 9					/							/	
Obrázek 10				/		/		/			/		
Obrázek 11		/							/				/
Obrázek 12			/										
Obrázek 13			/										
Obrázek 14			/										/
Obrázek 15			/										/
Obrázek 16	H-mat		/			/	/	/	/				
Obrázek 17		/	/	/									
Obrázek 18		/	/	/		/	/	/					/
Obrázek 19		/	/	/		/	/	/					/
Obrázek 20		/	/	/		/	/	/	/				/
Obrázek 21		/	/	/									
Obrázek 22		/	/	/		/	/	/	/		/		/
Obrázek 23		/	/	/		/	/	/					/
Obrázek 24		/	/	/		/	/	/	/	/			/
Obrázek 25					/	/		/		/			/
Obrázek 26		/	/	/				/	/	/			/
Obrázek 27						/	/						/

V tabulce je přehledně vidět, jak se slovní úlohy s penězi v každé učebnici z tří řad (Prodos, Taktik, H-mat) liší. V Prodosu najdeme hlavně slovní úlohy s penězi, které spadají do první kategorie. V Taktiku jsou již úlohy rozdělené do všech typů. Nejzajímavější je v učebnici H-mat to, že většina úloh spadá do všech tří typů a navzájem se prolínají.

6.5 Porovnání tří řad učebnic pro 2. ročník ZŠ

V předešlých podkapitolách jsem se zabývala každou úlohou zvlášť, pak jsem rozdělila úlohy do třech typů a vložila je do tabulky, kde je možné každou úlohu porovnat s jinou. V této kapitole se budu věnovat srovnání všech tří řad.

Rozložení a frekvence výskytu úloh v učebnicích

Ve všech třech řadách učebnic jsou úlohy s penězi vkládány postupně, nejsou vloženy všechny do jedné kapitoly. Výhodou tohoto rozložení je, že se s nimi žák setkává po celou dobu školního roku, kdy také stoupají jeho schopnosti.

Nakladatelství Prodos má pro druhý ročník dva díly učebnic a v každém dílu jsou tři slovní úlohy s penězi. Úlohy nejsou rozloženy symetricky (např. v prvním díle jsou dvě úlohy na začátku a jedna na konci učebnice). Ve většině případů se jedná o slovní úlohy, které spadají do prvního typu (suma).

Nakladatelství Taktik má pro druhý ročník rovněž dva díly učebnic. V prvním díle jsou čtyři slovní úlohy s penězi a ve druhém je těchto úloh pět. Úlohy jsou rozmístěné po obou učebnicích cca vyváženě. Úlohy jsou pestré a dají se zařadit do různých typů.

Nakladatelství H-mat má pro druhý ročník tři díly učebnic. V prvním díle je pět, ve druhém díle jsou tři a ve třetím díle jsou čtyři slovní úlohy s penězi. Úlohy jsou vkládány vyváženě. Většina slovních úloh s penězi patří do všech tří typů (suma, nominální hodnota, počet mincí).

Grafická stránka úloh

Ve všech třech řadách najdeme barevné obrázky, předepsaná řešení a místo na žákovské řešení.

Nakladatelství Prodos má čtverečkovaný papír, který žákům může pomoci se psaním nebo i s nákresem. V úlohách vždy najdeme tučně zvýrazněno to, co je důležité. V učebnici na začátku máme předepsané řešení, které časem mizí a zůstane už jen číselná osa. Obrázky u

úloh jsou většinou pro dokreslení situace nebo jako motivace, ale nepomáhají k řešení. Učebnice má poměrně veliký prostor u každé slovní úlohy na žákovská řešení.

Nakladatelství Taktik tučně zvýrazňuje otázku úlohy. V každé úloze je předepsané řešení. Někde je demonstrováno, jak se úloha řeší (viz obrázek 9). Některé úlohy na začátku mají obrázky, které přímo patří do zadání slovní úlohy (viz obrázek 7 a 8), některé úlohy mají obrázky, které pomáhají žákovi s řešením (př. Obrázek 10). V úlohách jsou i obrázky, které jen dokreslují situaci úlohy a nepatří k řešení úlohy. V každé úloze je text přehledně rozdělen, aby žákovi bylo jasné, co je zadání a co je řešení. V některých úlohách je i barevně toto rozlišeno (např. obrázek 7).

Nakladatelství H-mat má všechny úlohy přehledné. Ve slovních úlohách jsou předtištěné rámečky, kam žák zapisuje svá řešení úlohy. Úlohy jsou zbaveny veliké barevné pestrosti, aby neodváděly žákovou pozornost jinam. V některých úlohách jsou obrázky, které přímo pomáhají žákovi úlohu řešit (např. obrázek 16). U některé slovní úlohy se objeví obrázek, který dokresluje slovní úlohu (brouček s mincemi). Na začátku učebnice jsou žákům představeny piktogramy, které pak u každé úlohy jsou. Náročnější úlohy jsou ve žlutém poli (např. obrázek 20).

Gradace úloh

Nakladatelství Prodos postupně odstraňuje předepsaná řešení a žák tak musí postupně naučený zápis aplikovat sám. Ve slovních úlohách se postupně zvedá suma, se kterou se počítá. Poslední úloha je s antisignálem, je tak složitější pro řešení než úlohy předešlé (viz obrázek 6).

Nakladatelství taktik nejprve používá v zadání slovní úlohy obrázky, pak demonstruje zápis, nakonec žák zápis doplňuje do předepsaného řešení. V některých případech jsou dvě úlohy, které postupně gradují (např. obrázek 6 a 7).

Nakladatelství H-mat po celou dobu nechá žáka vpisovat do předepsaného řešení. Úlohy jsou vloženy záměrně tak, aby postupně gradovaly podle různých parametrů (např.: počet podmínek, počet dětí vystupujících v úloze nebo zvětšování číselného oboru).

Typologie úloh

V učebnicích pro druhý ročník nakladatelství Prodos je většina úloh zaměřená na první typ (celková suma) a jeden podtyp (dohromady). Jedna úloha je zařazena v nominální hodnotě (viz. obrázek 3), ale jen proto, že se v úloze píše, že každé dítě mělo k nákupu sto korun.

V učebnicích pro druhý ročník nakladatelství Taktik se najdou úlohy poměrně rovnoměrně rozděleny do jednotlivých typů.

V učebnicích pro druhý ročník nakladatelství H-mat většina úloh spadá do všech tří typů slovních úloh.

Praktická část

7 Úvod k praktické části

Praktická část je rozdělena na tři části: Předexperiment, první experiment a druhý experiment. Předexperiment jsem udělala, protože to byla má první zkušenost s takovou prací se žáky a chtěla jsem si ověřit, zda mám vhodně zvolené cíle celé praktické části.

Pro všechny své experimenty jsem si vybrala žáky druhého ročníku. Zvolila jsem dvě školy. Jedna škola se nachází v centru a druhá na kraji Prahy. Před realizací jsem vždy mluvila s paní učitelkou a požádala jsem jí, aby mi na rozhovor vypůjčila takové žáky, kteří jsou upovídaní. Jako metodu jsem si zvolila rozhovor, který jsem vedla individuálně s každým žákem.

8 Předexperiment

Předexperiment jsem dělala v základní škole v centru města. Vybrala jsem si jeden druhý ročník.

8.1 Charakteristika výzkumného vzorku

Pro svůj předexperiment jsem si vybrala druhý ročník základní školy, který navštěvuje 25 žáků. Já si pro svůj předexperiment vybrala 7 žáků, kteří jsou komunikativní. Vybrala jsem takové žáky, kteří v předmětu matematiky jsou v průměrné úspěšnosti (nevyčnívají ani nadprůměrnými ani podprůměrnými výsledky). Žáky jsem volala v rozmezí věku od sedmi do osmi let. Vybrala jsem si čtyři děvčata a tři chlapce, jejichž věk je následovný:

Jméno žáka	Věk žáka (roky, měsíce)
Adéla	7,5
Filip	7,9
Lukáš	7,6
Monika	7,5
Veronika	8,1
Zdeněk	7,11
Žaneta	7,7

8.2 Příprava předexperimentu

Pro výzkum jsem si vybrala slovní úlohy o penězích, kterých je ale mnoho typů např. o sčítání, porovnávání sum peněz, které mají děti našetřené v kasičkách nebo o změně ceny zboží (např. Zlevňování), což jsou úlohy o zlomcích, či procentech, aj. Ke zkoumání žáků druhého ročníku jsem si vybrala úlohy, při jejichž řešení je potřeba uvědomovat si rozdíl mezi pojmy počet a nominální hodnota mincí.

Další důležitou otázkou, kterou jsem si musela položit, je forma práce v experimentu. Mohla jsem s dětmi pracovat jako s celou třídou, mít připravenou celou vyučovací hodinu a sledovat chování třídy jako celku. Tam by hrozilo, že se zastrou nějaké výpovědi méně průbojnějších žáků. Nebo pracovat s každým žákem samostatně. Každá forma práce se žáky má své výhody a nevýhody. Já nakonec zvolila individuální rozhovor, protože mě zajímaly jednotlivé myšlenkové procesy žáků, které bych v celé třídě nemohla tak detailně sledovat.

Protože jsem chtěla žákům řešení úloh zpříjemnit, má můj předexperiment v sobě i tematickou motivaci. Celým rozhovorem je provázel Bořek, jeho kasička a hra s mincemi, které byly uvnitř. Příběh měl žáky navnadit a zpřístupnit jim problematiku peněz.

Začátky mého předexperimentu se datují na konec listopadu 2018. Uvědomila jsem si, že žáci mají za sebou pouze tři měsíce druhého ročníku. Z toho důvodu jsem volila takové úlohy, které byly jen do číselného oboru dvacet. Chtěla jsem tím předejít chybám, které by vznikly v důsledku příliš vysokých čísel.

Přemýšlela jsem nad tím, zda žákům nabídnu využití nějakých didaktických pomůcek. Potřebovala jsem makety mincí, které by žákům pomáhaly při řešení. Nakonec jsem koupila makety skutečných mincí naší měny. Zvolila jsem to z důvodu reálnosti, která by žákům mohla být nápomocná. Protože ústředním motivem celého výzkumu byla kasička, bylo potřeba ji sehnat. Chtěla jsem se vyhnout těm, které jsou zavřené a žáci k nim mají přístup jen pomocí malého otvoru. Vybrala jsem otevírací truhlu (viz přílohu 1), do které bylo možné fyzicky peníze vložit a sledovat, kolik jich tam je.

Jakmile jsem měla v hlavě promyšlené tyto věci, začala jsem hledat vhodné slovní úlohy. V předexperimentu jsou úlohy inspirované učebnicemi H-mat a Fraus, ale úlohy jsem

naformulovala tak, aby ladily s motivací o kasičce. Slovní úlohy jsou zaměřené na sčítání a odčítání. Jak zmiňuji v prvním odstavci kapitoly, cíl je rozpoznat rozdíl mezi hodnotou a počtem mincí.

Důležitá byla i jazyková složka úloh. Musela jsem zvolit takový počet slov, aby žáci dostali potřebné informace k řešení úlohy, ale abych čerstvé žáky druhého ročníku nezahltila. Přestože žákům budu text číst já, bylo důležité, aby text slovní úlohy byl přiměřený čtenářským schopnostem žákům druhého ročníku základní školy.

Jakmile jsem promýšlela slovní úlohy, musela jsem se zaměřit na počet slovních úloh, a jak dlouho chci s každým žákem mluvit. Nejdříve jsem si stanovila, že chci mít v experimentu mnoho úloh (7) s tím, že čím více úloh žákům zadám, tím bohatší materiál získám. Jenomže když jsem se pak na ty úlohy koukala, tak jsem si řekla, že ke konci už budou žáci unavení a neudrží pozornost. Což by znamenalo, že budou dělat chyby jen proto, že už toho je na ně hodně. Další nevýhodou, kterou jsem viděla, bylo i to, že to žáky po pár úlohách přestane bavit a řeknou mi první číslo, které je napadne, jen aby mohli už skončit a odejít. A tak jsem nakonec počet úloh snížila na čtyři.

Posledním krokem, který jsem řešila při vytváření pracovních listů byla formální stránka. Bylo důležité úlohy napsat velikým písmem, protože někteří žáci si v přečtené úloze ještě budou chtít dohledávat informace. Začala jsem přemýšlet, zda číslovky v textu napíšu slovem nebo číslem, které žákům pak usnadní práci. Nakonec jsem zvolila kombinaci obojího. V textu bylo vše zapsané slovem, ale k úloze měli žáci přikreslený obrázek s penězi tak, jak to stálo v úloze. Obrázek jsem považovala za klíčový právě v tom, že žákům nastíní situaci a lépe se pak budou v úloze orientovat. Vždy jsem po napsané úloze nechala dostatek prostoru pro zápisky žáků, pokud budou chtít. Volila jsem černobílou verzi, protože jsem nechtěla pozornost žáků stahovat k „hezkým obrázkům“ (pracovní list k předexperimentu viz přílohu 2).

Před realizací jsem také řešila podmínky výzkumu. Chtěla jsem, aby každý žák vstupoval do stejných podmínek, a tím pádem byl experiment co nejvíce objektivní. Místem uskutečnění výzkumu byl kabinet paní učitelky, kde měl každý žák klid a mohl přemýšlet. Každý žák dostal možnost využít mincí, pokladničky, papíru a tužky. Každému žákovi jsem úlohu

chtěla přečíst, aby všichni žáci měli stejné podmínky. Někteří žáci jsou již dobrými čtenáři a někteří ještě nerozumí tomu, co čtou, a to by mohlo změnit výsledky výzkumu. Také jsem každému žákovi před výzkumem řekla, že mě může kdykoliv vyzvat, abych mu úlohu znovu přečetla.

8.2.1 Rozebrané úlohy vybrané pro předexperiment

V této kapitole jsou úlohy, které jsem vybrala pro experiment jejich řešení a didaktický komentář.

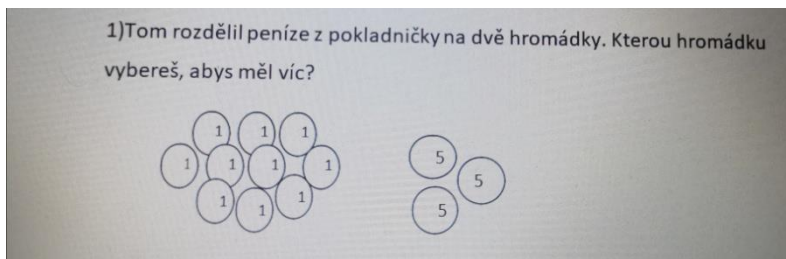
Úlohy jsem zaměřila na to, zda děti poznávají rozdíl mezi nominální hodnotou mince a počtem mincí. V tabulce typů, kterou jsou vytvořila pro teoretickou část (konkrétně pro slovní úlohy z tří řad učebnic), je vidět, že úlohy všechny spadají do třech typů (suma, nominální hodnota a počet mincí). Všechny úlohy v tabulce jsou ve všech typech i podtypech stejné (což byl můj cíl), jen postupně graduji. Konkrétně tak, že v první úloze se má dítě jen rozhodnout, ve které hromádce má víc, ve druhé úloze už musí něco změnit a ve třetí úloze je již dané, co změnit musí.

Úlohy jsou psané tak, aby v co nejkratším textu žákovi daly co nejvíce informací. Tím jsem chtěla zamezit možným chybám, které by vznikly díky nedobré čtenářské gramotnosti u žáka (Viz kapitolu Problémy žáků při řešení slovních úloh.).

Protože se jednalo o žáky na začátku druhého ročníku, použila jsem pro zadání úlohy i obrázky. Graficky jsem se držela u zřetelného, výrazného textu a jednoduchého obrázku, aby žáci drželi pozornost u řešení úloh.

Legenda: D ... Dohromady, R ... Rozdělení, P ... Porovnání, Z ... Zbylo												
úloha	Suma				Nominální hodnota v Kč							Počet mincí
	D	R	P	Z	1	2	5	10	20	50	100	
Úloha 1		/	/		/		/					/
Úloha 2		/	/		/		/					/
Úloha 3		/	/		/		/					/

Úloha 1



Obrázek 28

Řešení úlohy:

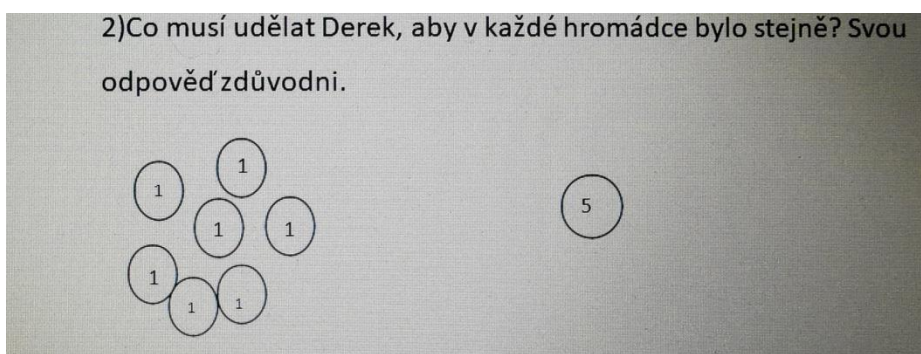
Když vím, že je na jedné hromádce deset korun a na druhé jsou tři pětikoruny, tak si zvolím tři pětikoruny, protože chci mít víc korun.

Didaktický komentář:

Žák si při řešení úlohy musí uvědomovat rozdíl mezi počtem mincí a nominální hodnotou mince. Žák, který si rozdíl ještě plně neuvědomuje, zvolí levou hromádku, protože mincí je tam více.

Úloha může mít úskalí v tom, že v otázce není napsáno, zda má žák chtít více Kč nebo mincí. Takže otázka může být pro některé žáky nejednoznačná.

Úloha 2



Obrázek 28

Řešení úlohy:

Úloha má několik správných cest k řešení.

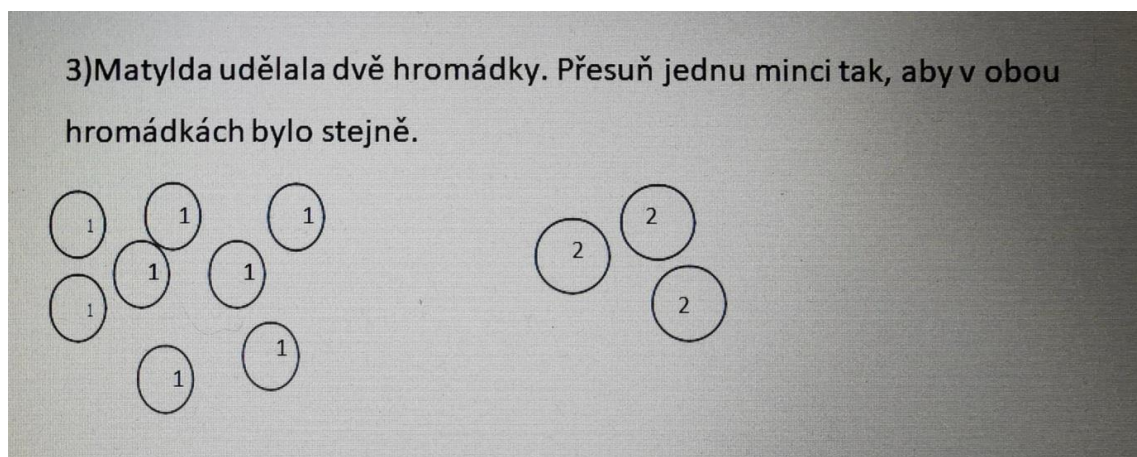
1. Derek odsune z hromádky dvě koruny. Tím pádem bude v každé hromádce 5 Kč.
2. Derek přesune jednu korunu k pětikoruně, v každé hromádce pak bude 6 Kč.
3. Derek přidá k pětikoruně dvě koruny (dvoukorunu). V obou hromádkách bude 7 Kč.
4. Derek přidá libovolný počet mincí do obou hromádek tak, aby bylo v obou stejný obnos.

Didaktický komentář:

Tím, že má úloha několik možností, jak ji lze řešit, tak může být pro některého žáka jednoduchá, protože si může zvolit svoje řešení. Ale také může být pro někoho náročná, protože zadání nedává přesný návod, jak úlohu řešit.

Dalším úskalím může být opět zadání úlohy, kdy žák nemusí pochopit, že se jedná o stejnou sumu v hromádkách.

Úloha 3



Obrázek 29

Řešení úlohy:

Úloha má jedno řešení. Přesune se jedna koruna do druhé hromádky ke dvoukorunám.

Didaktický komentář:

Úloha je odlišná od předešlé tím, že už má podmínku, co žák musí s mincemi udělat. Pro některého žáka může být náročnější než předešlá, protože už nemůže udělat cokoliv, ale musí respektovat podmínku úlohy. Zároveň ale může být pro někoho jednodušší, protože je zde přesné řešení úlohy.

Úloha 4

Kolika způsoby může Karolína složit 5 Kč?

Řešení úlohy:

Karolína může 5 Kč složit čtyřmi způsoby:

1. Pět korun
2. Tři koruny a dvoukoruna
3. Koruna a dvě dvoukoruny
4. Pětikoruna

Didaktický komentář:

Úloha má otázku, která může být pro žáky těžká na odpověď. Protože nestačí najít jeden způsob, ale hned všechny.

Úloha je odlišná od předešlých, protože chce po žákovi rozklad určitého obnosu.

8.2.2 Mé očekávání od předexperimentu

Při tvorbě úloh jsem přemýšlela nad tím, jak žáci budou slovní úlohy řešit. Očekávala jsem, že každý žák bude z hlediska vývoje na jiné úrovni, tudíž vznikne mnoho způsobů řešení. Tím, že jsem si u paní učitelky vyžádala upovídané žáky, myslela jsem si, že jeden rozhovor bude trvat dlouho. Měla jsem strach, že se může stát, že se rozhovor začne odklánět od problému jinam. Nad tím jsem dlouho přemýšlela a připravovala jsem si vhodné odpovědi, jak rozhovor opět otočit k experimentu („To je zajímavé, ale mohl bys mi, prosím, odpovědět

na...“, „Ráda si s tebou o tom popovídám, až doděláme tyto úlohy, souhlasíš?“, „No vidíš, a podobný problém řeší tady Bořek s kasičkou.“).

Určitě budou i žáci, kterým nebude stačit přečíst úlohu jednou. Doufala jsem, že takový žák si řekne o další přečtení. Protože jsem chtěla, aby každý žák měl při řešení stejné podmínky, bylo potřeba ošetřit, jak budu reagovat, když žák úlohu neporozumí. Nerada bych se dostala z role experimentátora do role učitele. Proto jsem si připravovala otázky ke každé úloze, které dětem pomohou se zorientovat a zároveň zůstanu v roli experimentátora (například: Můžeš mi vysvětlit, jak konkrétně jsi to myslel?). Protože jsem s děláním experimentu ještě neměla žádnou zkušenost, bála jsem se, abych často nebyla spíše učitelem, který se snaží pomoci žákovi.

Bylo pro mě těžké úlohy tvořit, protože jsem třídu znala jen z jednoho setkání a náslechu s paní učitelkou, takže jsem nevěděla, zda úlohy nebudou pro žáky příliš těžké. Protože jsem pracovala dva měsíce se žáky druhé třídy, bylo mým očekáváním, že nebudou znát rozdíl mezi nominální hodnotou mince a počtem mincí. Tím, že jsem zvolila úlohy do číselného oboru dvacet, myslela jsem si, že počítání pro žáky nebude problém a nebudou dělat numerické chyby.

8.3 Rozbor rozhovoru jednoho z žáků

Předkládám zde rozhovor mezi mnou (experimentátorem dále již E) a Veronikou (dále již V). Vybrala jsem ji, protože v první úloze se zaměřila na počet mincí před nominální hodnotou mince. Ale v dalších úlohách se již tenhle jev neobjevuje. Veronice je při experimentu osm let a jeden měsíc. Ihned se mnou naváže rozhovor. Při prvním kontaktu, kdy jsem se snažila zjistit rozpoložení každého žáka mi Veronika říká, že se má „super“, protože dneska dostala jedničku.

Veronika (8 let, 1 měsíc)

Čas	Přepis rozhovoru	Komentář
0:00	E: Předkládám před žáka pracovní list a čtu.	
0:29	zadání: „ <i>Bořek má oblíbenou pokladničku, do které si hází mince, které od někoho dostane. Často si vymýšlí úlohy pro spolužáky. Uměl bys je vyřešit? Tom rozdělil peníze z pokladničky na dvě hromádky. Kterou hromádku vybereš, abys měl víc?</i> “	
0:30-1:28	V: Vezme do ruky manipulativa.	Veronika byla natolik zaujatá pokladničkou, se kterou si chtěla hrát, že už neměla potřebu řešit otázku úlohy.
	V: „ <i>Jeden, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět, deset.</i> “	Veronika odpočítá deset korun. To je pro ni jednoduché. Ale u pětikorun už to tak jednoduché není. Proto se jich jen dotkne. A pokladnička se jí líbí tak, že má potřebu do ní mince vložit.
	Přesně si odpočítá deset korun. Otevře pokladničku a hodí deset mincí do pokladničky. Pak se znovu podívá na pracovní list. Prstem se dotkne každé pětikoruny v druhé hromádce a pak je vezme a vloží do pokladničky. Pokladničku zavírá. Kouká na mě.	V tuto chvíli Veronika ještě úlohu nedořešila.
1:28-1:30	E: Ukazuji prstem na obě hromádky.	V tu chvíli jsem se snažila Veronice naznačit, že úlohu ještě nedořešila.
	„ <i>Kterou hromádku si vybereš, abys měla víc?</i> “	Vhodnější by bylo zeptat se po uzavření kasičky: „Co jsi zjistila?“
	V: Ukáže prstem na hromádku, kde je deset korun. „ <i>Tuhle.</i> “	Veronika si volí hromádku, kde je větší množství mincí. Je možné, že ona otázku chápe tak, že „víc“ znamená větší počet mincí. Pak by její odpověď byla správná.
		Měla jsem položit otázku: „Kterou hromádku si vybereš, abys měla víc korun?“
	E: „ <i>A proč zrovna tuhle?</i> “	

1:33-1:34	Ukazuji prstem na hromádku, kterou si zvolila.	
1:34-1:36	V: „ <i>Protože tam je deset a ve druhé jen tři.</i> “	Tato odpověď ukazuje, že v tuto chvíli chápe v otázce „více“ jako porovnání počtu mincí v hromádkách.
1:37-1:50	E: „ <i>Děkuji za odpověď.</i> “	
	E: Čtu druhé zadání v pracovním listu: „ <i>Co musí udělat Derek, aby v každé hromádce bylo stejně? Svou odpověď zdůvodni</i> “	
1:51-2:05	V: Zmateně na mě kouká. Pak kouká do zadání. Chvilku si ho čte. Pak se na mě zase podívá a pokrčí rameny.	Veronika zřejmě neporozuměla zadání. Snaží si ho znovu přečíst, ale ani to jí nepomůže. Proto se podívá na mě a dává mi signál (pokrčení ramen), který značí, že prostě neví, co má dělat.
2:06-2:07	E: „ <i>Máš tady dvě hromádky.</i> “ Ukazuji prstem na obě. <i>Udělej to tak, aby v obou bylo stejně.</i> “	Snažila jsem se Veronice nějak pomoci, aniž bych jí prozradila něco víc než ostatním. Proto jsem se držela textu a použila rukou k lepšímu pochopení úlohy.
2:08-2:20	V: Dívá se opět na do zadání, tentokrát na hromádky. Prstem se dotkne každé mince. Pak se usměje: „ <i>Musí ubrat dvě.</i> “	Veronika potřebuje k počítání bez slovního doprovodu prst, který jí pomáhá k řešení úlohy. Tím je zjištění, že na levé hromádce je 7 Kč a na druhé 5 Kč. Zde správně rozumí, co je celková částka hromádky. Tedy ví, že když ze 7 Kč ubere 2 Kč, že obě hromádky budou stejně hodnotné. Tím je pro ni úloha vyřešena. Jako taktiku pro vyřešení úlohy zvolila ubrání mincí.
		Jako experimentátorka jsem byla situací zaskočena, neboť jsem očekávala, že Veronika přesune 1 Kč z levé hromádky do pravé.
2:21-2:22	E: „ <i>Proč dvě?</i> “	Ověřuji si, že Veronika si je jistá řešením.
2:23-2:26	V: „ <i>Aby jich tam bylo pět.</i> “	
	Nejdříve prstem ukáže na první hromádku, kde je mincí sedm. Pak ukáže na druhou s pětikorunou.	

2:27-2:40-2:50	E: Čte třetí úlohu v pracovním listě: <i>Matylda udělala dvě hromádky. Přesuň jednu minci tak, aby v obou hromádkách bylo stejně.</i>	
2:51-3:18	V: Kouká do pracovního listu na úlohu a snaží se úlohu přečíst znovu. Protože se jí to nedaří, koukne na mě a pokrčí rameny.	Zde Veronika opět nerozumí zadání a potřebuje pomoc.
3:18-3:20	E: „ <i>Chceš to znovu přečíst?</i> “	V této etapě nevím, jak Veronice pomoci, proto zatím nabízím opětovné přečtení úlohy.
3:21-3:22	V: Nejdříve znovu kouká do textu a po chvíli pokývne hlavou.	Veronika se snaží přečíst zadání úlohy znovu. Ale protože má s textem potíže, tak pokývnutím hlavou neverbálně žádá o přečtení textu.
3:22-3:55	E: <i>Matylda udělala dvě hromádky.</i> “	Snažím se co nejvíce pomoci Veronice. Tedy nejen čtu, ale i neverbálně ukazuji na hromádky, aby došlo k propojení významu textu obrázkem. Dále upozorňuji na možnost pomůcek, které by měly V. pomoci. V tu chvíli jsem se dostala více z role experimentátora do role učitele, neboť mi šlo o to, aby to Veronika pochopila. Jinou možností bylo jí poděkovat za spolupráci a experiment.
	Ukazuji jí prstem jednu a pak druhou hromádku.	
	„ <i>Klidně používej mince, kasičku nebo papír.</i> “	
	Vždy na každou věc ukážu.	
	„ <i>Tady jsou koruny a tady dvoukoruny.</i> “	
	Doplňuji pohybem prstu s ukázkou, v jaké hromádce je co.	
3:56-4:18	V: Znovu na mě kouká. (9 vteřin) Koukne do papíru. (11 vteřin)	Pravděpodobně moje pomoc pomohla. Veronika našla řešení úlohy. Ale není si řešením jistá, proto pokládá otázku.
	V: „ <i>Mám jednu minci přesunout?</i> “	
4:19-4:25	E: „ <i>Přesuň jednu minci, aby bylo v obou hromádkách stejně. Jakou minci přesuneš?</i> “	Místo, abych ji přímo odpověděla: „ <i>Ano.</i> “ A potvrdila jí, že postupuje správně, znovu jsem přečetla otázku ze zadání úlohy. To jsem udělal proto, že jsem si v předchozím kroku uvědomila svoji roli, že nejsem učitelka, ale experimentátorka.

4:26-4:32	V: Přemýšlí, (4 vteřiny) pak vezme do ruky dvoukorunu z přiložených pomůcek a koukne se na mě.	Veronika je znovu přečtenou otázkou ještě víc znejistěna svým řešením, na které se již ptala. V této situaci ji nenapadá nic jiného než si vzít na pomoc manipulativa. Ale zatím neví, jak by jí měly pomoci.
4:33-4:35	E: „ <i>A kam bys jí přesunula?</i> “	Nerozumím, proč V. bere do ruky dvoukorunu.
4:36-4:40	V: Ukáže na hromádku s dvoukorunami. „ <i>Sem.</i> “	V. volí podobnou strategii jako v úloze první, kde z hromádky ubírá 2 Kč, aby obě hromádky byly stejně hodnotné (5 Kč a 5 Kč). Zde místo ubrání z hromádky přidává k hromádce tři dvoukoruny ještě jednu dvoukorunu, aby v obou hromádkách bylo stejně. (8 Kč a 8 Kč). Veronika nerozumí (neví jak), nebo nebere v potaz podmínku, že jednu minci má přesunout.
4:41-4:43	E: „ <i>Jak to myslíš?</i> “	Potřebuji si potvrdit svoji úvahu o způsobu porozumění úlohy Veronikou.
4:44-4:50	V: „ <i>No, že bych ji vzala a přidala sem.</i> “ Když říká slovo „vzala“, tak ukazuje na hromádku s maketami peněz. Pak ukáže na hromádku s dvoukorunami v zadání.	Veronika potvrzuje to, co již říkala.
4:51-5:03	E: „ <i>Aha, ale tady se píše, že máš přesunout. Tady máš dvě hromádky a přesuň jednu minci z jedné do druhé hromádky.</i> “	Zde jsem se opět dostala z role experimentátora. Chtěla jsem V. dotlačit do správného řešení.
5:04-5:20	V se na mě zmateně kouká. Pak znovu zkouší číst zadání.	Veronice je jasné, že jsem nespokojená, tudíž ví, že řešení nemá správně, takže jí nic jiného nezbyvá než se dát znovu do čtení.
5:21-5:32	E: „ <i>To nevadí, tak zkusíme další úlohu. Moc děkuji za Tvé řešení.</i> “	Právě jsem si uvědomila, že na Veroniku tlačím, proto jsem ji vyzvala, abychom úlohu opustily a šly na další.
5:33-5:36	E: „ <i>Kolika způsoby může Karolína složit 5 Kč?</i> “	

5:37-5:53	Hned bere do ruky pomůcky a začíná skládat řešení. Vždy nějaké složí a nechá ho na hromádce: „2, 2, 1 a 1, 1, 1, 1, 1 a 2, 1, 1, 1, taky jen 5. Hm, už mě nic nenapadá.“	Tato úloha nedělala Veronice žádný problém. Hned pochopila, co má dělat a také pochopila, že to má skládat z mincí. Tento text úlohy byl pro Veroniku snadno uchopitelný.
-----------	--	---

Komentář:

V první moment je žákyně velmi zaujatá kasičkou, která ji odtrhává od úloh. V tuto chvíli se mi kasička nehodí, protože Veronika směřuje pozornost od úloh ke kasičce. Přestože v první úloze volí Veronika počet mincí, v dalších úlohách dokazuje, že nominální hodnotě mincí rozumí. Zadání pro ni tedy mohlo být pouze nesrozumitelné.

Při řešení druhé úlohy Veronika dvě mince ubírá. Při řešení třetí úlohy volí opačnou strategii a mince přidává. Už ale nerespektuje podmínku úlohy, že má přesunout jednu minci.

V poslední úloze si je Veronika jistá a hned začíná skládat více řešení. U této úlohy se výraz Veroniky úplně mění, hned se ponoří do úlohy.

8.4 Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář

Vybrala jsem části ze čtyř rozhovorů. Zvolila jsem takové rozhovory, při kterých žáci dělají chyby v řešení úloh. Přidala jsem k nim didaktický komentář, ve kterém jsem přemýšlela nad tím, proč žáci nejspíše chyby udělali. Předkládám zde části rozhovorů mezi mnou (experimentátorem dále již E) a žákem (dále již psané prvním písmenem jeho jména).

Adéla (7 let, 5 měsíců)

Zadání úlohy	Řešení žáka	Didaktický komentář
<i>Tom rozdělil peníze z pokladničky na dvě hromádky. Kterou hromádku vybereš, abys měl víc?</i>	A: Při čtení slovní úlohy kouká po celou dobu na mě. Jakmile dočtu usměje se a říká: „Vyberu si hromádku, kde je padesát korun.“	Protože Adéla se ani jednou nepodívala do pracovního listu, tak předpokládám, že neviděla, že jsou tam dvě hromádky a prostě odpovídala, co by si zvolila. Byla to samozřejmě chybná odpověď.

	E: „Proč by sis vybrala 50 Kč?“	Zajímá mě úvaha Adély, tak pokládám otázku, kterou by mi mohla objasnit, proč měla takovou volbu.
	A: „Protože je to nejvíc, co jsem zatím měla.“	Adéla vychází ze své předešlé zkušenosti.
		Kdybych nebyla experimentátor, tak bych jí navrhla, aby si situaci vymodelovala s pomůckou, případně aby si se svými spolužáky zahrála na obchod.
Co musí udělat Derek, aby v každé hromádce bylo stejně? Svou odpověď zdůvodni.	A: „V jaké hromádce? V té padesátce?“	Při čtení úlohy Adéla opět kouká na mě. Pravděpodobně neví, že čtená úloha je na pracovním listu položeném před ní.
	E: Ukazuji Adéle prstem do pracovního listu, kde jsou dvě.	Tím Adélu upozorňuji na pracovní list, který má před sebou.
	A: „Jo ahá.“ Nejdříve si prstem spočítá mince v pracovním listu, pak bere do ruky sedm korun a poskládá je úplně stejně jako je to právě v pracovním listu. Kopíruje obrázek. To samé udělá s pětikorunou.	Jakmile si všimne pracovního listu, začne počítat. Tím nabývá jistotu.
	Pak postupně prstem odsouvá koruny, odkud před sebou nemá jen jednu. Kouká na mě.	Doptávám se, protože nerozumím jejímu řešení.
	E: „Proč jsi odsunula ty koruny?“	Adéla mi to hned vysvětluje. Byl pro ni v této úloze důležitý stejný počet mincí v hromádkách.
	A: „Protože, aby bylo na obou hromádkách stejně?“	Raději si ještě svoji úvahu ověřuji.
	E: „A teď jich tam je stejně?“	Adéla potvrzuje, že pochopila úlohu tak, že má mít stejný počet mincí na každé hromádce. Otázkou je, zda by volila stejně, kdyby bylo v otázce úlohy dopsáno stejně Kč.

	A: „ <i>Ano, je tam jedna a jedna.</i> “ Při slovu „jedna“ ukazuje na korunu a při druhém slovu „jedna“ ukazuje na pětikorunu.	
<i>Matylda udělala dvě hromádky. Přesuň jednu minci tak, aby v obou hromádkách bylo stejně.</i>	A: V této úloze volí Adéla stejnou strategii jako v úloze předešlé. Odsune z levé hromádky pět mincí. Takže má v obou hromádkách tři mince.	Adéla vychází ze své zkušenosti, kterou nabyla v předešlé úloze. Ale už nerespektuje podmínku, že musí odsunout pouze jednu minci.
<i>Kolika způsoby může Karolína složit 5 Kč?</i>	<p>Našla jedno řešení. Předloží si před sebe dvoukorunu, vezme do ruky korunu a přiloží ji ke dvoukoruně. Každé mince se dotkne. Pak vezme do ruky dvoukorunu a přiloží ji k ostatním mincím. Každé se dotkne prstem.</p> <p>A: Má vedle sebe vyrovnané mince v tomto pořadí: Dvoukoruna, koruna, dvoukoruna. Poslední dvoukorunu přesune před korunu, teď má mince v tomto pořadí: Dvoukoruna, dvoukoruna, koruna. „<i>Můžu složit dvojkorunou a dvojkorunou a jedničkou.</i>“</p>	Dotykem každé mince si nejspíše ověřuje, zda dohromady dávají pět korun.

Monika (7 let, 5 měsíců)

Úloha	Řešení žáka	Didaktický komentář
<i>Tom rozdělil peníze z pokladničky na 2 hromádky. Kterou hromádku vybereš, abys měl víc?</i>	M: Po přečtení zadání na mě kouká. Pak se podívá do zadání, jede prstem pod textem úlohy. Několikrát se prsem vrací znovu na začátek. „ <i>Můžete mi to, prosím, přečíst?</i> “	Monika se snaží nejdříve úlohu znovu přečíst sama, když se jí to nedaří, požádá o pomoc mě.

	M: Po druhém přečtení si bere do dlaně deset korun a z výšky je pustí na pracovní list. Nabere si do roku tři pětikoruny a znovu je z výšky pouští na pracovní list. Pak si vytvoří dvě hromádky podle zadání. <i>“Tady jich jedešet a tady patnáct.”</i> Kouká na mě.	Monika si nejspíše s mincemi hraje, proto je z výšky pouští na pracovní list. Je možné, že se zaměřila na počítání dvou hromádek, že zapomněla na otázku úlohy. To, že odpovídá, kolik je v jednotlivých hromádkách, tomu nasvědčuje.
	E: <i>„Čeho je deset a patnáct?”</i>	Monika řeší sumu v jednotlivých hromádkách.
	M: <i>„Korun.”</i>	Protože mi žákyně neodpověděla
	E: <i>„Aha, a kterou hromádku si vybereš, abys měla víc?”</i>	na otázku úlohy, tak jsem se rozhodla jí to připomenout a znovu se zeptat.
		Monika správně odpověděla.
<i>Co musí udělat Derek, aby v každé hromádce bylo stejně? Svou odpověď zdůvodni.</i>	M: Po přečtení zadání se snaží opět úlohu přechíst znovu sama, dopomáhá si prstem. Když se jí to nedaří, žádá o pomoc. <i>“Můžete mi to, prosím, přechíst?”</i>	Pohledem na mě se snaží požádat o pomoc.
	M: Po dalším přečtení znovu nabere do dlaně příslušný počet mincí a z výšky je pouští na pracovní list. Pak mince připraví na dvě hromádky a říká: <i>„Sedum a pět.”</i>	
	E: <i>„Co musí udělat Derek, aby v každé hromádce bylo stejně?”</i>	

	M: Kouká na své dvě hromádky, pak z levé hromádky odsune dvě mince (dvě koruny). A podívá se na mě.	
<i>Matylda udělala dvě hromádky. Přesuň jednu minci tak, aby v obou hromádkách bylo stejně.</i>	M: Volí stejnou strategii jako při řešení druhé úlohy. Z levé hromádky odsune dvě mince (dvě koruny).	Monika tuto úlohu již nepotřebuje znovu číst. Nejspíše pochopila, že se jedná o podobnou úlohu. To dokazuje tím, že úlohu řeší stejným způsobem jako předešlou, už ale nerespektuje podmínku, že má přesunout mince z jedné hromádky do druhé.
	Vybírá mince dle obrázku. Sesype je na jednu hromádku. Pak je připraví podle obrázku. (Tak to dělá pokaždé u první a třetí úlohy.)	
<i>Kolika způsoby může Karolína složit 5 Kč?</i>	M: Skládá si před sebe desetikorunu a pětikorunu. Kouká na mě.	Nechápu Moničino řešení.
	E: „Proč jsi před sebe dala desetikorunu a pětikorunu?“	Je možné, že Monika tuto úlohu chápe tak, že má vyřešit jakým způsobem může Karolína zaplatit pět Kč a kolik jí prodavač vrátí.
	M: „Protože deset minus pět je pět.“	

Komentář:

Monika žádala u první a druhé úlohy přečtení úlohy znovu. Při řešení úloh pracovala s manipulativy (peníze). Příslušné mince si nabrala do ruky a z výšky je vysypala na pracovní stůl. Dělal to nejspíše proto, že ji bavilo si s penězi hrát. Tolik se zaměřila na tvorbu dvou hromádek, že zapomněla na otázku úlohy. Když jsem se jí ale zeptala, dokázala odpovědět. Čtvrtou úlohu mohla pochopit tak, že má zaplatit 5 Kč a paní prodavačka jí vrátí na 10 Kč.

Zdeněk (7let, 11 měsíců)

Úloha	Řešení žáka	Didaktický komentář
<i>Tom rozdělil peníze z pokladničky na 2 hromádky. Kterou hromádku vybereš, abys měl víc?</i>	<p>Z: Po přečtení zadání kouká do listu a nesrozumitelně si čte zadání. A nahlas říká: „Vezmu si obě hromádky.“</p> <p>E: Ptám se ho: „proč si vezmeš obě hromádky?“</p> <p>Z: „Abych měl nejvíc.“</p>	Myslela jsem si, že je to jeho odpověď na úlohu a nerozuměla jsem jí. Nejspíše se Zdeněk zaměřil na slovo „víc“, a tak volí strategii, kdy bude mít nejvíc. Nerespektuje však podmínku, že si má vybrat jen jednu hromádku.
<i>Co musí udělat Derek, aby v každé hromádce bylo stejně? Svou odpověď zdůvodni.</i>	Z: Znovu kouká do pracovního listu a pak řekne: „Vezmu korunu a dám jí sem.“ Při odpovědi ukazuje prstem na korunu a pak na druhou stranu, kam by ji dal.	Zdeněk úlohu správně vyřešil.
<i>Matylida udělala dvě hromádky. Přesuň jednu minci tak, aby v obou hromádkách bylo stejně.</i>	Z: Po přečtení úlohy hned odpoví: „Udělám to samé.“	Zdeněk okamžitě po přečtení úlohy odpovídá a volí stejnou strategii jako v minulé úloze. Neboť je mu jasné, že tato strategie řeší i tuto úlohu.
<i>Kolika způsoby může Karolína složit 5 Kč?</i>	Z: „Hm, třeba pět plus nula nebo dva plus tři, taky by šlo čtyři plus jedna.“	Zdeněk okamžitě začne rozkládat číslo pět. Jako experimentátor jsem mohla položit otázku, jak by toto složil v penězích. Cílem

		experimentu totiž nebylo zjistit, jak lze rozložit číslo pět. Ale to, jak můžeme složit pět korun v mincích.
--	--	--

Komentář:

Zdeněk po celou dobu pracoval bez pomůcek. Při řešení úloh rozuměl rozdíl mezi počtem a nominální hodnotou mince. Poslední úlohu chápal jako výzvu pro rozklad pětky (nikoliv pětikoruny) Závěr předexperimentu

Předexperimentu se zúčastnilo sedm žáků. Jejich úspěšnost byla následovná. První úlohu úspěšně (bezchybně) vyřešili čtyři žáci, ve druhé úloze našlo správné řešení sedm žáků, ve třetí úloze byli úspěšní čtyři žáci a čtvrtou úlohu úspěšně vyřešili dva žáci.

Zde shrnuji výsledky předexperimentu v podobě jevů, které jsem evidovala postupně u každé úlohy:

Obecné jevy

Čtyři žáci využívali k řešení úlohy manipulativ (přiložených mincí). Tři žáci je nepoužívali, z toho jeden žák přesto všechny úlohy vyřešil správně.

Žádný žák neměl potřebu zapisovat či kreslit do pracovního listu.

První úloha

Čtyři žáci úlohu vyřešili správně, prstem ukázali na pravou hromádku. Tři žáci úlohu vyřešili chybně. Jeden žák zvolil levou stranu, kde je větší počet mincí. Dva žáci volí řešení, ve kterém nerespektují podmínku: „Vyber si jednu hromádku“. Z toho jeden žák si vybírá padesátikorunu (viz kapitolu Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář u Adély). Druhý žák si vybírá hromádky obě (viz kapitolu Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář u Zdeňka).

Druhá úloha

Všichni žáci najdou správné řešení úlohy, z toho tři žáci volí taktiku, že uberou dvě mince z levé hromádky, jeden žák odebere šest mincí z levé hromádky (v levé i v pravé hromádce mu zůstane jedna mince), dva žáci přesunou jednu minci z levé hromádky do pravé a jeden žák odebral všechny mince.

Třetí úloha

Tři žáci nerespektují podmínku: „Přesuň jednu minci“, například mince odebírají nebo přidávají (viz kapitolu Rozbor rozhovoru jednoho žáka a kapitolu, Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář u Adély a Moniky).

Čtvrtá úloha

Jeden žák pochopil úlohu jako odčítání od konečné sumy (viz kapitolu Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář u Moniky), jeden žák pochopil úlohu tak, že mohou pět korun rozkládat na libovolná čísla (viz kapitolu Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář u Zdeňka).

9 První experiment

Experiment jsem dělala ve stejné třídě jako předešlý. Experiment se datuje na konec února roku 2019.

9.1 Charakteristika výzkumného vzorku

Svůj první experiment jsem realizovala ve stejné třídě jako předexperiment. Vybrala jsem si deset žáků. Abych mohla sledovat případné pokroky, zvolila jsem pět takových žáků, s nimiž jsem již mluvila v předexperimentu. Vybrala jsem jednoho žáka, který měl v matematice podprůměrné výsledky a jednoho žáka, který měl výsledky nadprůměrné. Zbylé tři žáky jsem zvolila mezi průměrem třídy. Věk všech žáků zvolených pro experiment byl v rozmezí od sedmi do osmi let. Přesný věk žáků je zaznamenán v tabulce.

Jméno	Věk
	Počet let, měsíců
Adam	8,1
Adéla	7,8
Filip	8,5
Karel	7,8
Lukáš	8,2
Monika	7,8
Matyáš	7,7
Prokop	8,3
Veronika	8,4
Žaneta	7,1

9.2 Příprava prvního experimentu

Před předexperimentem jsem si zvolila takové úlohy, kde je potřeba uvědomovat si rozdíl mezi pojmy počet a nominální hodnota mincí. Předexperiment mi měl odpovědět, zda jsou takové úlohy zvoleny vhodně a zda je potřeba se tímto problémem zabývat. Přestože jsem si ke zkoumání vybrala jen malý vzorek žáků (7), ukázalo se, že některý žák může mít problém tento rozdíl poznat. Se žáky jsem mluvila jen krátký čas, a proto nemohu přesně soudit, zda to tak doopravdy je. Z toho důvodu jsem se rozhodla ponechat úlohy zaměřené tímto směrem. Rozhovory s jednotlivými žáky pro mě byly zajímavou zkušeností. Nikdy jsem nebyla v roli experimentátora při práci s jednotlivcem. Už z předexperimentu jsem si odnesla mnoho nových zkušeností. Rozhodla jsem se i nadále pokračovat s individuálními rozhovory se žáky.

Motivační příběh jsem se rozhodla z experimentu úplně vyloučit, protože neměl smysl. Žáky jen zdržoval a zahlcoval textem na porozumění. Samotní žáci příběh nepotřebovali, byli motivováni úlohami, které chtěli řešit.

Pro svůj první experiment jsem vybírala vhodné datum. Chtěla jsem žákům nechat nějaký časový odstup, aby měli čas se více posunout v matematických dovednostech. Další experiment se datuje na konec února. Volila jsem takové slovní úlohy, aby byly v oboru celých čísel do stovky

Další věcí, nad kterou jsem přemýšlela, bylo to, zda mám znovu žákům nabídnout didaktické pomůcky. Práce s nimi se mi při minulém experimentu ověřila. Některým žákům pomůcky pomáhaly úlohu vyřešit. Měla jsem již koupené makety skutečných peněz, které jsem se rozhodla použít i v tomto experimentu.

Po promyšlení těchto věcí jsem se začala zabývat volbou vhodných úloh. Hledala jsem inspiraci v učebnicích. První úlohu je inspirována učebnicí *Fraus* (Matematika pro 2. ročník základní školy, 3. díl, str. 19/5), druhá úloha (Matematika pro 1. ročník základní školy, 2. díl, str. 37/2, třetí úloha (zdroj vlastní). Všechny úlohy jsou přepracované. Úlohy jsou znovu zaměřené na sčítání a odčítání a stále jsem pokračovala v zacílení rozpoznat rozdíl mezi nominální hodnotou mince a počtem mincí.

Na konci února již byli žáci vybaveni lepšími čtenářskými dovednostmi, proto jsem volila složitější text, který však stále odpovídá úrovni žáka druhého ročníku. Nebylo záhodno, abych žáky úlohou zahltila, a to byl důvod, proč úlohu nezvládnou vyřešit. V první a třetí úloze jsem již žákům nepomáhala obrázkem, protože mě zajímalo, zda i bez obrázku budou žáci schopni úlohu řešit. Druhá úloha je dokreslena tabulkou, která žákům nastíní situaci.

Protože jsou úlohy ve druhém experimentu složitější jak jazykově a obsahově, tak počtem operací, které žáci musí udělat, zvolila jsem pro tento experiment jen tři úlohy, které žáci budou řešit.

Důležitým krokem byla také formální stránka pracovního listu. Odstoupila jsem od mincí, které jsou jen nakreslené, a jen zvolila čísla napsaná v tabulce. Rozhodla jsem se neupínat pozornost žáků na obrázky a nechala text bez nich (viz přílohu 3). Text jsem volila dostatečně veliký (velikost písma 14) s místem na žákovská řešení.

Posledním krokem před samotnou realizací bylo domyslet podmínky, které budou pro všechny děti stejné. Pro svůj experiment jsem zvolila kabinet paní učitelky, kde žáci měli klid a nikdo je nerušil.

9.2.1 Řešení a didaktický komentář k vybraným úlohám

V této kapitole jsou úlohy vybrané pro první experiment, jejich řešení a didaktický komentář.

Úlohy jsem zaměřila znovu na rozdíl mezi nominální hodnotou mince a počtem mincí. Žáci již byli starší, proto jsem zadávala takové úlohy, které byly komplikovanější. První úlohu jsem zvolila delší, protože žáci byli připraveni vše řešit, takže delší úloha pro ně na pochopení měla být lépe zvládnutelná. Další úlohu jsem zvolila s tabulkou, aby to žákům napovědělo, že mají počítat s mincemi. A poslední zadání úlohy jsem připravila tak nejkratší, jak jen to bylo možné, protože jsem počítala s tím, že už žáci nemusí pochopit delší text.

Legenda: D ... Dohromady, R ... Rozdělení, P ... Porovnání, Z ... zbylo												
úloha	Suma				Nominální hodnota v Kč							Počet mincí
	D	R	P	Z	1	2	5	10	20	50	100	
Úloha 1	/		/			/	/	/				/
Úloha 2	/	/			/	/	/	/				/
Úloha 3	/				/	/	/	/				/

Úloha 1

V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?

Řešení úlohy:

Když vím, že v kasičce jsou tři dvoukorunové mince, tak celková jejich suma je 6 Kč, u dvou pětikorunových je celková suma 10 Kč. Šest plus deset je šestnáct. Třicet šest mínus šestnáct je dvacet. Dvacet rozdělím na dvě desetikoruny. Spočítám všechny mince a vyjde mi, že v kasičce je sedm mincí.

Didaktický komentář:

Úloha je obtížná tím, že se řetězí. Žák nejdříve musí zjistit, kolik je v kasičce desetikorun, až potom může zjistit kolik mincí je tam celkově. Otázka v úloze může být pro některé žáky matoucí, protože celý text úlohy vede k otázce, kolik je v kasičce desetikorun.

Úloha 2

Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 11 Kč. Druhý den stál nákup 17 Kč. Za každý nákup můžeš zaplatit pouze třemi mincemi, jak zaplatíš?

	1	2	5	10
11 Kč				
17 Kč				

Řešení úlohy:

Úloha má jedno řešení. 11 Kč Marcela zaplatí dvěma pětikorunami a korunou. 17 Kč Marcela zaplatí desetikorunou, pětikorunou a dvoukorunou.

Didaktický komentář:

Úloha je těžká v tom, že má podmínku, že nákup může Marcela zaplatit pouze třemi mincemi. Tabulka pro žáky může představovat pomůcku při řešení. Tím, že už má některé údaje vyplněné, tak to směřuje žáka k tomu, jaká čísla může pro rozklad volit.

Úloha 3

Kolika způsoby můžeš složit 11 Kč?

Řešení úlohy:

11 Kč lze složit dvanácti způsoby: Jedenáct korun, devět korun a dvoukoruna, sedm korun a dvě dvoukoruny, pět korun a tři dvoukoruny, tři koruny a čtyři dvoukoruny, koruna a pět dvoukorun, pětikoruna a šest korun, pětikoruna a čtyři koruny a dvoukoruna, pětikoruna a dvě koruny a dvě dvoukoruny, pětikoruna a tři dvoukoruny, dvě pětikoruny a koruna, desetikoruna a koruna.

Didaktický komentář:

Úloha má poměrně veliké množství řešení, proto může být těžká pro žáky na řešení. Někteří žáci se spokojí s jedním řešením, jiní jich najdou více. Úskalím zde může být to, že někteří žáci pochopí úlohu jako libovolný rozklad čísla jedenáct.

9.2.2 Mé očekávání od experimentu

Pro svůj experiment jsem si vybrala znovu stejnou třídu jako u předešlého. S paní učitelkou jsem byla domluvená, že vybere pět žáků, kteří jsem už na rozhovor měla a pět žáků, se kterými budu vést rozhovor poprvé. U těch žáků, které již rozhovor se mnou vedli, jsem očekávala, že budou již vědět, co mají čekat, a třeba jim předešlá zkušenost může pomoci při řešení úloh. Zajímalo mě, jak se žáci posunuli. Očekávala jsem, že všichni žáci budou řešit úlohy jiným způsobem než na konci listopadu, protože si od té doby prošli nějakým vývojem.

Při minulém experimentu některý žáci čtvrtou úlohu pochopili jako libovolný rozklad čísla pět. Tím pádem se objevila řešení s neexistujícími mincemi (tříkoruna, čtyřkoruna). Zajímalo mě, zda tomu bude i nadále. V minulém experimentu jsem žákům pomohla hromádkami, které dokreslovaly situaci. Zajímalo mě, jak si žáci poradí bez takovéto pomoci.

Každý žák si může zvolit, jak bude úlohu řešit a zda využije možnost maket mincí. Stále bylo mým očekáváním, že žáci, kteří pomůcky nepoužijí, budou mít větší problémy při řešení úlohy. Snažila jsem se úlohy volit tak, aby žáci využili i pracovního listu a psali si do něj. Po minulé zkušenosti jsem si myslela, že někteří žáci pracovního listu nevyužijí.

Zvolené úlohy byly obsahově složitější, tak jsem se obávala, zda jsem nezvolila úlohy, které by žáci přesáhli a experiment nedokončili. Byla jsem připravená úlohy číst žákům několikrát, protože to budou potřebovat. Může se objevit i žák, který si bude chtít text přečíst sám a mé čtení nebude potřebovat.


Protože minulý experiment nebylo potřeba stáčet řeč znovu k experimentu, tak jsem i zde očekávala, že se žáci budou na úlohy soustředit a nebudou si potřebovat povídat o věcech, které se netýkají experimentu.

Sama od sebe jsem očekávala, že pro mě bude již snazší být v roli experimentátora a nepřeklouzávat do role učitele.

9.3 Rozbor rozhovoru s jedním žákem

Předkládám zde rozhovor mezi mnou (experimentátorem dále již E) a Matyášem (dále již M). Vybírám rozhovor s ním, protože je zde zajímavé, že Matyáš řeší vše bez pomůcek, ale pro řešení druhé úlohy si pomůcky bere a tím vyplňuje tabulku. Matyášovi je při experimentu sedm let a sedm měsíců. Ze začátku Matyáš mlčí a musím rozhovor začít já. Ale postupně se uvolňuje. Při prvním kontaktu, kdy jsem se snažila zjistit rozpoložení každého žáka mi Matyáš říká, že se má dobře, ale je trochu unavený, protože včera si hrál dlouho na mobilu.

Čas	Přepis rozhovoru	Komentář
0:52-0:53	E: Předkládám před žáka pracovní list a čtu zadání první úlohy: „ <i>V kasičce jsou tři dvoukorunové mince, dvě pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 korun. Kolik je v kasičce mincí?</i> “	
0:53-2:00	M: Kouká do stropu a v duchu si něco říká. (32 vteřin); Pak kouká do pracovního listu. (21 vteřin)	Matyáš se snaží vyřešit úlohu bez pomůcek. Předpokládám, že si opakoval zadání a pak si chtěl najít otázku v úloze z pracovního listu.
	M: „ <i>Jakou mám hledat otázku?</i> “	Když se mu nedařilo si ji najít, tak se na ni zeptal mě.
2:01-2:09	E: „ <i>Kolik je v kasičce mincí?</i> “	
2:10-3:16	M: Opět se dívá do stropu a v duchu si něco říká. (28 vteřin)	
	M: „ <i>Já si myslím, že pět.</i> “	

3:17-3:23	E: „ <i>Proč je to pět?</i> “	Jeho odpověď není správná, ale i kdyby byla, tak bych se ho stejně ptala na zdůvodnění jeho řešení.
3:24-3:34	M: „ <i>Protože v kasičce je 36 korun. Dva plus dva plus dva plus pět rovná se pět.</i> “	Z odpovědi je patrné, že si pamatuje většinu zadání úlohy. Ví dobře o celkové sumě v kasičce (36 Kč), dále ví o třech dvoukorunových a dvou pětikorunových mincích. Tedy ví, že to je pět mincí a myslí si, že to je odpověď na počet mincí v kasičce. Ale už nebere v potaz další podmínku úlohy, že v kasičce jsou navíc desetikorunové mince.
3:35-3:38	E: „ <i>Děkuji Ti za odpověď.</i> “	
3:39-3:50	E: Čtu úlohu a ukazuji na druhé zadání: „ <i>Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 11 Kč. Druhý den stál nákup 17 Kč. Za každý nákup může zaplatit pouze třemi mincemi.</i> “ <i>Jak útratu zaplatila?</i>	
3:51-4:17	M: Bere si do ruky pomůcky a doplňuje tabulku. Nákup, který stojí 11 Kč skládá z koruny a desetikoruny. Nákup za 17 Kč skládá z dvoukoruny, pětikoruny a desetikoruny. Pak kouká na mě.  Obrázek 31	Zajímavostí je, že první úlohu Matyáš řeší úplně bez pomůcek. U této úlohy si pomůcky bere a řešení „zapisuje“ tak, že vkládá mince do tabulky.
4:18-4:28	E: „ <i>Můžeš mi to, prosím, vysvětlit?</i> “	Přestože řešení Matyáše bylo přehledné, chtěla jsem, aby si ho obhájil.

4:29-4:47	M: „ <i>No, jedenáct korun jde udělat z jedna Kč a deset Kč. Sedumnáct jde z dva Kč, pět Kč a deset Kč.</i> “	Matyáš našel pro 11 Kč a 17 Kč po jednom řešení tak, jak se nabízí v tabulce a byl s ním spokojený. Ale nerespektoval podmínku, že může platit pouze třemi mincemi.
4:48-4:50	E: „ <i>Děkuji za vysvětlení.</i> “	
4:51-4:56	E: Čtu zadání třetí úlohy a ukazuji na něj prstem. „ <i>Kolika způsoby můžeš složit 11 Kč?</i> “	
4:57-5:30	M: Očima kouká do stropu a při tom říká: „ <i>Tak to je pětka, čtyřka a trojka; taky trojky a dvojka; ještě čtyřka a trojka; taky tři trojky a dvojka; ještě čtyřka, pětka, dvojka a jednička; jedenáct jedniček. Takže je to asi pět způsobů.</i> “	Úlohu opět řeší bez pomůcek, takže vymýšlí takové rozklady čísla jedenáct, které by nešlo realizovat s mincemi.

Komentář:

Matyáš v první úloze potřeboval zopakovat otázku, protože byla úloha pro něj nejspíše příliš dlouhá. Moc dobře si uvědomoval, že celková suma v kasičce je 36 Kč. Zapamatoval si, že v kasičce jsou dvě pětikorunové a tři dvoukorunové mince, dokázal je sečíst a vyšlo mu pět mincí v kasičce. Matyáš měl sice správnou úvahu, ale už si neuvědomil, že v zadání hrají roli i mince desetikorunové.


Při řešení druhé úlohy používal pomůcky, které vkládal do tabulky a úlohu vyřešil, ale už nerespektoval podmínku, že musí platit pouze třemi mincemi.

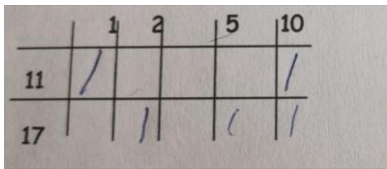
Když řešil třetí úlohu, znovu mince odložil a úlohu řešil bez pomůcek. Úlohu nejspíše pochopil jako rozklad čísla 11, a proto používal i neexistující mince. Matyáš odpověděl na otázku kolika způsoby lze složit 11 Kč.

9.4 Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář

Zvolila jsem pět částí rozhovorů, kde žáci dělají chyby při řešení K nim jsem přidala didaktický komentář. Předkládám zde části rozhovorů mezi mnou (experimentátorem dále již E) a žákem (dále již psané prvním písmenem jeho jména).

Adéla (7 let, 8 měsíců)

Úloha	Řešení žáka	Didaktický komentář
<p>V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?</p>	<p>A: po přečtení úlohy si před sebe začala skládat mince do řady. Nejdříve položí vedle sebe tři dvoukorunové mince.</p> <p>Prstem přejíždí v zadání úlohy, zastaví na „2 pětikorunové“, vezme je z přiložených pomůcek a položí do řady vedle dvoukorunových.</p> <p>Prstem přejíždí v zadání, zastaví se na „desetikorunových“.</p> <p>Vezme z přiložené hromádky šest desetikorunových mincí. Vyskládá je vedle sebe pod řadu dvoukorunových a pětikorunových.</p>  <p>Obrázek 32</p>	<p>Adéla si skládá přehledně mince před sebe. Také si ověřuje, zda má vše správně.</p> <p>Adéla správně vyhodnocuje, že přidala dvacet korun, aby jí vycházelo 36 Kč.</p> <p>Chtěla jsem se přesvědčit, že Adéla zná otázku. Proto jsem jí zopakovala.</p> <p>Adéla si spletla počet mincí v kasičce s hodnotou dvou desetikorun.</p>

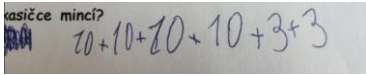
	<p>Přejíždí prstem v zadání, zastaví se na „36 Kč“. Prstem se dotkne každé mince, které si připravila v prvním řádku.</p> <p>Pak přidá jednu desetikorunovou minci vedle pětikorunové. Znovu se dotkne prstem každé mince. Přidává další desetikorunovou minci a ověřuje prstem.</p> <p>A: „<i>Dvacet korun.</i>“</p> <p>E: „<i>Kolik je tedy v kasičce mincí?</i>“</p> <p>A: „<i>Je jich tam dvacet.</i>“</p>	
<p>Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 11 Kč. Druhý den stál nákup 17 Kč. Za každý nákup musíš zaplatit pouze třemi mincemi. Jak zaplatíš?</p>	<p>A: Prstem přejíždí zadání a zastavuje se u „11 Kč“. Bere si do ruky pero. Pak udělá v tabulce dvě čáry u jedničky a u desítky.</p> <p>Přejíždí perem v zadání. Zastaví se u „17 Kč“. V tabulce udělá tři čáry u dvojky, pětky a desítky.</p>  <p>Obrázek 33</p>	<p>Adéla si nejdříve ověřuje v zadání kolik korun stál nákup. Pak doplňuje v tabulce. Nerespektuje podmínku, že má platit pouze třemi mincemi.</p>

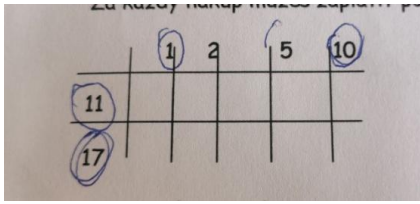
Kolik způsobů můžeš složit 11 Kč?	<p>A: Položí si před sebe pětikorunu. Z hromádky k ní položí druhou. Prstem přejede po každé. Pak vedle přiloží korunu.</p> <p>A: „Můžu složit pětikorunou, pětikorunou a jedničkou.“</p>	Adéla nedříve nejspíše vezme první minci, kterou najde. A pak postupně přikládá, dokud nesloží 11 Kč. Spokojí se s jedním řešením.
-----------------------------------	---	--

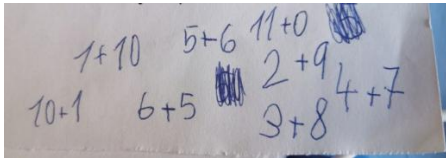
Komentář

Adéla řešila první a třetí úlohu s pomůckami, které si pečlivě vyrovnávala do řady. Několikrát se dotknutím prstu ujistovala o správnosti řešení. V předexperimentu mi nebylo zřejmé, zda rozumí rozdílu mezi nominální hodnotou mince a počtem mincí. Tento problém má jen u první úlohy, ostatní již řeší bez problému. Při řešení třetí úlohy našla znovu jedno řešení, používala k tomu stejnou strategii jako při předešlém experimentu.

Karel (7 let, 8 měsíců)

Úloha	Řešení žáka	Didaktický komentář
V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?	<p>K: Kouká na úlohy. Pak koukne na mě.</p> <p>E: „Potřebuješ úlohu přečíst?“</p> <p>K: „Ano.“</p> <p>K: Po přečtení úlohy podruhé si bere do ruky pero a píše si:</p>  <p>Obrázek 34</p>	<p>Karel nepochopil úlohu při prvním čtení a neví si rady. Tak kouká na mě.</p> <p>V tuto chvíli nerozumím tomu, proč Karel píše tento zápis, a proto jsem se ho zeptala na upřesnění.</p> <p>Karel využil strategii dopočítávání do 36.</p>

	<p>Když dopíše, kouká na mě.</p> <p>E: „<i>Můžeš mi to, prosím, vysvětlit, co jsi napsal?</i>“</p> <p>K: „<i>Několik desetikorun, aby to bylo 36 Kč, tak jsou čtyři. A tady se píše tři dvoukorunové, takže 3+3.</i>“</p> <p>E: „<i>Aha, a kolik je tedy podle tebe v kasičce mincí?</i>“</p> <p>K: Dotkne se prstem každé desítky ve svém zápisu. „<i>V kasičce jsou čtyři desetikorunové.</i>“</p>	<p>Pochopil, že potřebuje zjistit počet desetikorun. Neřešil, že musí nejdřív vypočítat údaje, které jsou jisté. Nejspíše udělal numerickou chybu při sčítání desetikorun, proto mu vyšly čtyři. Pak přidal 3+3. Nejspíše nepochopil, že se v zadání jedná o počet dvoukorunových mincí. Obrátil údaje (dvoukorunové – dvě trojky, tři - 3+3).</p> <p>Neodpověděl ještě na otázku úlohy, tak jsem mu jí připomněla.</p> <p>Karel věděl, že potřeboval dopočítat desetikorunové mince. Nejspíše si myslel, že je to otázkou úlohy. Což dokazuje i moje otázka.</p>
<p>Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 11 Kč. Druhý den stál nákup 17 Kč. Za každý nákup musíš zaplatit pouze třemi mincemi. Jak zaplatíš?</p>	<p>K: Po přečtení úlohy začíná kroužkovat v tabulce:</p>  <p>Obrázek 35</p>	<p>Nechávám mu čas dodělat úlohu, pak se zeptám na vysvětlení.</p> <p>Karel nerespektuje podmínku, že musí platit třemi mincemi. U nákupu za sedmnáct korun dělá numerickou chybu.</p>

	<p>Podívá se na mě.</p> <p>E: „<i>Můžeš mi to prosím vysvětlit?</i>“</p> <p>K: „<i>První nákup stál jedenáct Kč.</i>“</p> <p>Ukazuje prstem na zakroužkovanou jedenáctku. „<i>Tak to je jednička a desítka. Druhý nákup stál sedmnáct korun. To se zaplatí jedničkou, pětkou a desítkou.</i>“</p>	
<p>Kolika způsoby můžeš složit 11 Kč?</p>	<p>K: Začíná psát své možnosti:</p>  <p>Obrázek 36</p>	<p>Karel rozkládá číslo 11. Karel vůbec nepřemýšlel nad penězi, prostě rozložil číslo jedenáct.</p>

Monika (7 let, 8 měsíců)

Úloha	Řešení žáka	Didaktický komentář
<p>V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?</p>	<p>M: Po přečtení úlohy mě požádala: „<i>Můžete i úlohu přečíst pomaleji?</i>“</p> <p>Při čtení si připravovala mince podle zadání úlohy. Připravila si na jednu hromádku, kde byly tři dvoukorunové mince, na druhou hromádku dala dvě pětikorunové mince a na třetí čtyři desetikorunové.</p>	<p>Monika si nejdříve připravila mince, o kterých věděla s jistotou, že tam jsou. Pak si přidala několik desetikorunových mincí. S největší pravděpodobností tím, že každou minci vzala do ruky, tak si dopočítávala, kolik korun má. Pak mohla</p>

	<p>Každou minci vzala do ruky a zase položila. Nakonec dala dvě desetikorunové mince pryč z hromádky.“ <i>Jsou tam dvě desítky.</i>“</p> <p>E: „<i>To je Tvá odpověď na otázku, kolik je v kasičce mincí?</i>“</p> <p>M: „<i>Jo.</i>“</p>	<p>ubrat přesný počet desetikorunových mincí.</p> <p>Potřebovala jsem si ověřit, zda opravdu odpovídá na otázku nebo je to mezivýpočet.</p> <p>Monika věděla, že první úkol, který má, je zjistit, kolik je v kasičce desetikorunových mincí. Pak už neřešila, že musí mince přepočítat.</p>
<p>Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 11 Kč. Druhý den stál nákup 17 Kč. Za každý nákup musíš zaplatit pouze třemi mincemi. Jak zaplatíš?</p>	<p>M: Vzala do ruky dvě pětikoruny a korunu. „<i>Můžu zaplatit pětikou, pětikou a jedničkou.</i>“</p> <p>Vrátila zpátky na původní hromádku mincí ty, které měla v dlani a vzala si do ruky desetikorunu, dvoukorunu a pětikorunu.</p> <p>Mince drží v ruce a říká: „<i>Tady zaplatím desítkou, dvojkou a pětikou.</i>“</p>	<p>Monika má mince v ruce, ale rozumí tomu, jaký počet tam přesně má.</p>
<p>Kolika způsoby můžeš složit 11 Kč?</p>	<p>M: Vezme do ruky pětikorunu a tři dvoukoruny a z výšky je vysype na pracovní list. Kouká na mě.</p>	<p>Monika nachází jedno správné řešení.</p>

Komentář:

Monika úlohy řešila stejným způsobem jako při předexperimentu. Vždy v ruce měla připravené mince, které pak z výšky pustí na pracovní list. Rozdílná odpověď je u poslední úlohy. V minulém experimentu odpověděla „15-10“, zatímco teď sčítala mince.

Prokop (8 let, 3 měsíce)

Úloha	Řešení žáka	Didaktický komentář
V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?	<p>P: Po mém přečtení zadání znovu čten sám nahlas. Přečte: „<i>Tři dvoukorunové</i>“. Dá si tři dvoukorunové mince před sebe. To udělá i u pětikorunových. Přečte: „<i>Několik desetikorunových. Tedy celkem 36 Kč.</i>“ Kouká na mince, které si položil před sebe. Vezme do ruky dvě desetikorunové, přiloží je k ostatním a znovu kouká na všechny mince.</p> <p>Nahlas dočítá zadání úlohy: „<i>Kolik je v kasičce mincí?</i>“ Kouká na mince před sebou. „<i>V kasičce je sedum mincí.</i>“ Při odpovědi kouká na mě.</p>	Prokop si sám čte v zadání a systematicky před sebe skládá potřebné mince. Jakmile má všechny před sebou, přečte si znovu otázku, která ho utvrdí v tom, na co má odpovídat. A odpovídá správně.
Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 11 Kč. Druhý den stál nákup 17 Kč. Za každý nákup musíš	<p>P: Čte si znovu zadání až k „11 Kč“. Koukne na mě a říká: „<i>Platil bych jedenáctikorunou.</i>“</p>	Prokop si neuvědomil, že „jedenáctikoruna“ ani „sedmnáctikoruna“ neexistují.

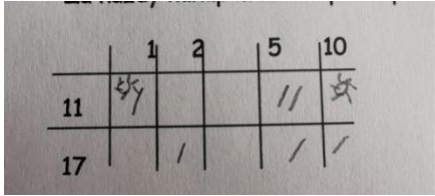
zaplatit pouze třemi mincemi. Jak zaplatíš?	<div><table><tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>5</td><td>10</td></tr><tr><td>11</td><td>11</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>17</td><td>17</td><td></td><td></td><td></td></tr></table></div> <p>Obrázek 37</p> <p>Zapíše to do tabulky.</p> <p>To samé pak opakuje při řešení s nákupem za 17 Kč. „<i>Platil bych sedmnáctikorunou</i>“. Kouká na mě.</p> <p>E: „<i>Mohl bys mi to ukázat tady s mincemi?</i>“</p> <p>P: Hledá v hromádce mincí: „<i>To vlastně nejde.</i>“</p>		1	2	5	10	11	11				17	17				Snažila jsme se Prokopovi naznačit, že toto řešení není možné.
	1	2	5	10													
11	11																
17	17																
Kolika způsoby můžeš složit 11 Kč?	Po přečtení úlohy si úlohu čte znovu celou nahlas. Pak se podívá na mě a říká: „ <i>To jde složit z jednokorun.</i> “	Prokop nachází jedno řešení.															

Komentář:

Prokop si každou úlohu znovu sám přečetl a hledal potřebné údaje. U druhé úlohy řekl nesprávnou odpověď, ale když jsem požádala o to, aby mi to ukázal s mincemi, tak se sám opravil. V poslední úloze řekl řešení s korunami. Otázkou je, zda by ho napadla „jedenáctikoruna“, kdyby se v minulé úloze neopravil.

Veronika (8 let, 4 měsíce)

Úloha	Řešení žáka	Didaktický komentář
<p>V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?</p>	<p>V: Po přečtení zadání kouká na mě.</p> <p>E: „<i>Potřebuješ to přepočítat znovu?</i>“</p> <p>V: Kývne hlavou, že ano. Při druhém čtení zadání si před sebe připraví tři dvoukorunové mince. „<i>Celkem 36.</i>“ K připraveným mincím přiloží tři desetikorunové mince. Kouká na mě.</p> <p>E: „<i>Kolik je v kasičce mincí?</i>“</p> <p>V: Dotkne se prstem každé připravené mince: „<i>Jeden, dva, tři, čtyři, pět, šest.</i>“ Kouká na mě.</p>	<p>Veronika si při čtení zadání rovnou chce připravovat potřebné mince. Úloha je na ni nejspíše dlouhá, protože zapomene na dvě pětikorunové. Ale pamatuje si, že dohromady je to 36 Kč. Dopočítává kolik desetikorun je potřeba.</p> <p>Otázku už nejspíše zapoměla, a proto jí připomínám.</p> <p>Veronika si správně dopočítává připravené mince. Bohužel už jí nemůže vyjít správná odpověď, protože místo dvou pětikorun použila jednu desetikorunu.</p>
<p>Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 11 Kč. Druhý den stál nákup 17 Kč. Za každý nákup musíš</p>	<p>V: Po přečtení úlohy si před sebe skládá mince (dvě pětikoruny a korunu). Vezme si tužku a zapíše do tabulky: „<i>Ještě to jde jinak.</i>“</p> <p>E: „<i>A jak by to ještě šlo?</i>“</p>	<p>Veronika si nejdříve potřebuje úlohu vyřešit s mincemi, pak teprve zapíše do tabulky. První řešení má správně i s počtem mincí.</p>

<p>zaplatit pouze třemi mincemi. Jak zaplatíš?</p>	<p>V: „<i>No, koruna a desetikoruna.</i>“</p> <p>E: „<i>Tak to tam zapiš.</i>“</p> <p>V: Udělá dvě čárky pod jedničkou a pod desítkou: „<i>Ale to není poznat.</i>“</p> <p>Kouká na mě.</p> <p>E: „<i>A jak bys to udělala, aby to poznat šlo?</i>“</p> <p>V: Nakreslí místo čárek sluníčko. Kouká na mě.</p>  <p>Obrázek 38</p> <p>E: „<i>A co nákup za 17 Kč?</i>“</p> <p>V: Vezme si před sebe desetikorunu, k ní přidá pětikorunu a dvoukorunu. Kouká na mě.</p>	<p>Hned ji napadá druhé řešení, které však není správně, protože nerespektuje podmínku, že smí platit pouze třemi mincemi.</p> <p>Veronika se již zde snaží řešení odlišit. To jí ale nestačí, tak vymýšlí sluníčka.</p> <p>Veronika si opět nejdříve vše modeluje a pak zapisuje do tabulky. Řešení má správně.</p>
<p>Kolika způsoby můžeš složit 11 Kč?</p>	<p>V: Po přečtení úlohy si bere mince a postupně je skládá vedle sebe. Každé řešení dává na nový řádek. Našla celkem tři řešení. Jedenáct korun; pět dvoukorun a koruna; dvě pětikoruny a</p>	<p>Veronika si pomáhá mincemi a složí hned tři správná řešení.</p>

	koruna. Po vymodelování na stole kouká na mě.	
--	---	--

Komentář:

Veronika při řešení první úlohy zapomněla na údaj s pětikorunami. Může to být způsobeno tím, že úloha na ní byla příliš dlouhá. Pamatovala si ale, že celkem je v kasičce 36 Kč, takže si poradila a pětikoruny nahradila jednou desetikorunou. Znovu jsem jí přečetla otázku a hned věděla, co znamená počet mincí. Druhá a třetí úloha potvrdily mé domněnky z předexperimentu, a to, že Veronika si je jistá při řešení úloh, kdy má skládat mince do určité sumy.

9.5 Závěr prvního experimentu

Prvního experimentu se zúčastnilo deset žáků, jejich úspěšnost byla následovná. První úlohu úspěšně (bezchybně) vyřešilo pět žáků, ve druhé úloze našli správné řešení čtyři žáci a ve třetí úloze byl úspěšný (našel všechna řešení) jeden žák.

První úloha

Jeden žák pochopil otázku „Kolik je v kasičce mincí“ jako otázku „Jaká je celková suma všech desetikorun v kasičce“ (viz kapitolu Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář, Adéla) a dva žáci jako otázku „Kolik je v kasičce desetikorun“ (viz kapitolu Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář, Karel a Monika).

Šest žáků řeší úlohu tak, že si před sebe vyskládá mince, jejichž hodnoty jsou napsané v zadání.

Dva žáci úlohu řeší bez použití pomůcek a pracovního listu, přesto našli správnou odpověď.

Druhá úloha

Šest žáků nerespektovalo podmínku, že smějí platit pouze třemi mincemi. Používají více nebo méně mincí (viz kapitolu Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář, Adéla, Karel a Veronika).

Osm žáků vyplňovalo tabulku následovně: jeden žák vkládal manipulativa do tabulky, čtyři žáci dělali čárky do tabulky, jeden žák kroužkoval čísla, která už byla v tabulce, dva žáci vyplňovali do tabulky čísla (viz kapitolu Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář).

Třetí úloha

Tři žáci pochopili úlohu jako libovolný rozklad čísla jedenáct (viz kapitolu Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář, Karel).

10 Druhý experiment

Experiment se datuje na druhou polovinu dubna roku 2019.

10.1 Charakteristika výzkumného vzorku

Pro druhý experiment jsem zvolila druhou školu, která je na kraji Prahy. Třída má 19 žáků.

Vybrala jsem si celkem 10 žáků, z toho:

- a) jeden žák je v matematice nadprůměrný vzhledem ke všem žákům ve třídě,
- b) jeden žák je v matematice podprůměrný vzhledem ke všem žákům ve třídě,
- c) osm žáků patří do průměrnosti v matematice ve třídě,

Všichni žáci jsou komunikativní.

Žáci jsou ve věku od sedmi do osmi let a věk každého žáka z experimentu je v tabulce.

Jméno žáka	Věk žáka
Bára	8,6
David	8,1
Eliška	7,11
Ester	8,4
František	7,11
Jakub	8,3
Kristýna	8,2
Nela	8,4
Otakar	8,3
Petr	7,11

10.2 Příprava druhého experimentu

Na druhý experiment jsem si vybrala jinou školu, než na předexperiment a první experiment. Z toho důvodu jsem zvažovala, zda úlohy budu měnit nebo je ponechám pro žáky stejné jako při prvním experimentu. Protože jsem tento experiment dělala později, rozhodla jsem se úlohy ještě poupravit a zvýšit obtížnost.

První úloha dělala žákům při minulém experimentu problémy, nechala jsem ji tedy ve stejném znění.

Při řešení druhé úlohy, nerespektovali někteří žáci podmínku úlohy. Zajímalo mě, zda se to bude opakovat i u jiné třídy. V Úloze jsem jen pozměnila celkové sumy nákupu.

U třetí úlohy jsem přidala podmínku, zvětšila celkovou sumu, která se má rozkládat a přidala dvě možná zadání, ze kterých si žák může zvolit, které chce řešit.

Veškeré úlohy z druhého experimentu jsou inspirovány učebnicí Fraus.

První úlohu jsem nechala stejnou jako v předešlém experimentu. Inspiraci na úlohu jsem našla v třetím díle pro druhý ročník (str. 19/5). Druhá úloha je z druhého dílu pro první ročník (str. 37/2) a třetí úloha z prvního dílu pro třetí ročník (str. 9/4).

Každý žák dostane pracovní list (viz příloha 4), do kterého si může cokoliv psát nebo zakreslovat. Úlohu žákům nejdříve přečtu a pak jim dám prostor pro řešení. Když bude potřeba, budu úlohu číst opakovaně. Žákům znovu poskytnu možnost pracovat s pomůckou (makety mincí), protože se mi to v minulých experimentech osvědčilo. Někteří žáci ještě nemají tolik zkušeností, aby dokázali pracovat jen s představou úlohy ve své hlavě.

Paní učitelka mi našla klidné místo na chodbě, kde bylo dostatek prostoru a klidu pro práci. Každého žáka jsem se před experimentem zeptala, zda se má dobře a nic ho netrápí. Chtěla jsem vědět, zda citové rozpoložení žáků nemá vliv na odvedené práci při experimentu. Dalším důvodem bylo nastolení dobré atmosféry mezi mnou a žákem.

10.2.1 Rozebrané úlohy vybrané pro experiment

V této kapitole jsou úlohy vybrané pro experiment, jejich řešení a didaktický komentář)

Jednalo se o jiné žáky než v předešlém experimentu. Také se mi v minulém experimentu ukázalo to, že úlohy byly dobře postaveny a měla jsem tedy mnoho zajímavého materiálu k rozboru. Z těchto důvodů jsem zvolila stejné úlohy, které jsem jen upravila.

První úlohu jsem zachovala stejnou jako byla v minulém experimentu, protože je dobře postavena a díky ní jsem měla nejvíce materiálu k rozboru. Druhou úlohu jsem upravila v zadání tak, aby byla lépe funkční. Chtěla jsem, aby i úloha sama o sobě gradovala. Nejdříve tím, že čísla budou stále vyšší. A poslední číslo je sice nižší, ale nelze u něj použít tři rozdílné mince. Jedna se musí použít dvakrát. Zajímalo mě, zda tento fakt dětem bude činit problémy.

Třetí úlohu jsem ztížila tak, že rozkládaná suma je větší a nelze ji již rozložit na libovolné mince.

Legenda: D ... Dohromady, R ... Rozdělení, P ... Porovnání, Z ... zbylo												
úloha	Suma				Nominální hodnota v Kč							Počet mincí
	D	R	P	Z	1	2	5	10	20	50	100	
Úloha 1	/		/			/	/	/				/
Úloha 2	/	/			/	/	/	/				/
Úloha 3	/				/	/	/	/				/

Úloha č. 1





V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?

Řešení úlohy a didaktický komentář:

Úloha je rozebrána v předešlém experimentu v kapitole Rozebrané úlohy pro experiment.

Úloha č. 2

Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 13 Kč. Druhý den stál nákup 16 Kč. Za každý nákup můžeš zaplatit pouze třemi mincemi, jak zaplatíš?

				
13 Kč				
16 Kč				
14 Kč				

Řešení úlohy:

Když vím, že nákup za 13 Kč mohu zaplatit jen třemi mincemi, musím použít desetikorunu, dvoukorunu a korunu. Nákup za 16 Kč zaplatím desetikorunou, pětikorunou a korunou. Poslední nákup za 14 Kč musí zaplatit desetikorunou a dvěma dvoukorunami.

Jiné řešení není možné.

Didaktický komentář:

Tabulka žáka navádí k tomu, na jaká čísla má celkovou sumu nákupu rozložit a také k celkové přehlednosti. Celková suma nákupu je v tabulce postupně, podle obtížnosti.

Druhý nákup je oproti prvnímu těžší v tom, že jde o vyšší sumu. Třetí nákup má sice menší sumu, kterou žák musí zaplatit, ale je potřeba jednu minci použít dvakrát.

Úloha č. 3

Kolika různými způsoby můžeš složit 25 Kč pomocí:

- a) Tři mincí?
- b) Čtyř mincí?

Řešení úlohy:

Zadání a) Když vím, že mohu použít jen tři mince, složím 25 Kč ze dvou desetikorun a pětikoruny. Což je také jediné možné řešení.

Zadání b) Když vím, že mohu použít jen čtyři mince, složím 25 Kč z dvacetikoruny a dvou dvoukorun a koruny. Druhé řešení je složit částku z desetikoruny a tří pětikorun. Úloha má tedy celkem dvě řešení.

Didaktický komentář:

Úloha má dvě zadání. První zadání má jen jedno řešení, proto může být pro některého žáka jednodušší než druhé zadání, kde řešení jsou dvě. Při řešení musí řešitel brát v potaz podmínku, která je řečena u zadání a), že smí použít jen tři mince, a u zadání b) smí použít jen čtyři mince. V tom může být úloha pro žáka náročná, protože nemůže použít libovolné

množství mincí. Částka 25 Kč už může být i poměrně vysoká, proto se žákovi bude obtížně hledat řešení úlohy.

10.2.2 Mé očekávání od experimentu

Pro svůj druhý experiment jsem si vybrala jinou školu a třídu, než u předexperimentu a prvního experimentu. Proto jsem nevěděla, jak budou žáci reagovat. Měla jsem v hlavě stejné otázky jako při přípravě předexperimentu. Byla jsem znovu na začátku. Každý žák je individuální jednotkou. Třidu samotnou také ovlivňuje jejich třídní učitel (mají jiné zvyky, jiné způsoby řešení).

Tím, že se již jednalo o druhou polovinu druhého pololetí druhého ročníku, měla jsem představu, že si žáci již budou jistější. Přesto jsem počítala s tím, že někteří žáci mohou dělat numerické chyby a potřebovali ještě více času na zrání. Při minulých experimentech se mi ale nestávalo, že by žáci dělali tolik numerických chyb. Nerespektovali podmínky, špatně pochopili zadání, ale výpočty měli správné.

Očekávala jsem, že někteří žáci nebudou potřebovat využívat didaktické pomůcky a nemusejí si ani nic zapisovat do pracovního listu. Už v minulosti jsem zjistila, že jsou takový žáci druhého ročníku základní školy, kterým stačí jen svá představa v hlavě a přesto naleznou správné řešení. Ale ukázalo se, že někteří žáci podcenili situaci a tím, že nevyužili didaktických pomůcek (mince), nedokázali najít správné řešení úlohy. Práce s didaktickou pomůckou také může eliminovat chybu, kdy žák úlohu pochopí, že nějakou sumu může rozkládat na libovolná čísla.

Tím, že jsem pro svůj poslední experiment zvolila podobný typ úloh, jen je zadání poupraveno, mohlo se stát, že úlohy nebudou pro žáky žádnou výzvou a experiment budu muset opakovat znovu. Při vyhodnocování předešlých experimentů jsem zjistila, že jsou úlohy pro některé žáky obtížné, protože správné řešení úlohy objevilo jen pár žáků.

V minulé třídě se mi nestávalo, že by žáci stáčili hovor k jiným tématům. Byli experimentem natolik motivovaní, že úlohy řešili se zájmem. To samé jsem očekávala od tohoto experimentu. Přesto jsem si v hlavě připravovala otázky, které by žáky navedly zpět k řešení úlohy, kdyby se rozhovor stočil někam jinam.


Měla jsem i některá očekávání sama od sebe. Protože se jednalo již o třetí experiment, který jsem dělala, už jsem věděla, že role učitele a experimentátora je odlišná v tom, že experimentátor jen děti poslouchá, neopravuje je, případně položí doplňující otázku. Také jsem od sebe očekávala, že budu schopna natočit kvalitní video, kde uvidím veškeré potřebné věci, které se budou hodit při vyhodnocování tohoto experimentu. „V poho“.

10.3 Mé očekávání od experimentu

Předkládám zde rozhovor mezi mnou (experimentátorem dále již E) a Kristýnou (dále již K). Rozhovor vybírám, protože je zde zajímavé, že v prvních dvou úlohách dostatečně neporozumí zadání, ale třetí úloha jí sedne. Kristýně je při experimentu osm let a dva měsíce. Kristýna se hned usměje a začne mi vyprávět, co se jí přehodilo. Při prvním kontaktu, kdy jsem se snažila zjistit rozpoložení každého žáka mi Kristýna říká, že se má „V poho“.

Čas	Přepis rozhovoru	komentář
0:20- 0:50	E: Předkládám žákovi pracovní list a čtu první úlohu: <i>“ v kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?”</i>	
0:51- 1:35	K: Bere do ruky <u>manipulativa</u> . <i>“Tři dvoukorunové.”</i> Bere do ruky tři dvoukoruny a pokládá je před sebe na stůl. <i>“Dvě pětikorunové”</i> Kouká do zadání. Pak vezme další dvoukorunu a položí jí vedle hromádky první. <i>„A několik desetikorunových“</i> Vezme do ruky pět desetikorunových mincí a položí je na hromádku. Kouká do zadání a čte otázku. <i>“Kolik je v kasičce mincí?”</i> Kouká na mě.	Kristýna rozumí v první části úlohy, co to znamená „tři dvoukorunové“ – ty vykládá na stůl, pak se vrací do textu, čte „dvě pětikorunové“, ale bere jednu dvoukorunu, jako kdyby slovo „dvě“ bylo určující pro tu

		dvoukorunu. Pak čte o desetikorunách a bere jich pět, jako kdyby slovo „pětikorunové“ bylo určující pro počet desetikorun. Přečtení otázky bez její následné odpovědi včetně předchozích reakcí ukazuje na nepochopení
		úloze.
1:36- 1:39	<i>E: „Chceš znovu přečíst zadání?“</i>	V tuto chvíli jsem nevěděla, jak ji v situaci pomoci. Myslela jsem si, že znovupřečtení textu úlohy by mohlo pomoci.
1:40- 2:38	<i>K: „Nechci, v kasičce jsou tři dvoukorunové mince, ty mám tady (ukáže prstem na hromádku dvoukorunových mincí.), pak jedna dvojka, tu mám tady (prstem ukazuje na dvoukorunu vedle hromádky dvoukorun.) a pět desetikorunových.</i> <i>Kolik je v kasičce mincí? (kuká do stropu prstem si vyukává do brady, pak kukne na mince, které si připravila při čtení úlohy, každé z nich se dotkne, pak se podívá na mne.). No jasně, je jich přesně osum.“</i>	Z této reakce je patrné, že se mýlím v tom, že Kristýna potřebuje pomoci. Její reakce poukazuje na to, že necítí potřebu jít znovu do řešení úlohy. Je se svým „řešením“ (vyložením mincí) spokojená. Je patrné, že si uvědomuje, že je potřeba odpovědět na otázku o počtu mincí. Tedy spočítá vyložené

		mince (bohužel i v tom chybuje).
2:39- 2:41	E: „Moc ti děkuji za odpověď.“	
2:42- 2:51	E: Ukazuji prstem v pracovním listu na druhé zadání a čtu: „ <i>Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 13 Kč. Druhý den stál nákup 16 Kč. Za každý nákup můžeš</i>	
	<i>zaplatit pouze třemi mincemi, jak zaplatíš?“</i>	
2:43- 3:56	<p>K: Bere si do ruky propisku a začíná vypisovat tabulku.“ <i>13 +1=14, 14+2=16, 16+5=21, 21+10=31. Tak, Druhý řádek. 16+ 1=17, 17+ 2=19, 19+5=24 a 24+10=34. Uf, poslední. 14+1=15, 15+2=17, 17+5=22, 22+10=32. Hotovo.“</i></p>  <p>Obrázek49</p>	<p>Tuto úlohu chápe jako hraní si s čísly v tabulce. Z levého sloupcového záhlaví bere 13 a přičítá k tomuto číslu 1 z horního řádkového záhlaví, jako kdyby to byla součtová tabulka, čemuž odpovídá i umístění výsledku (14) do tabulky. Součtovou tabulku u to ale není, protože pak sčítá získaných 14 s druhým číslem v horním záhlaví atd. Je zřejmé, že pro K. řešit tuto úlohu je „nějak</p>

		vyplnit tabulku“.
3:57- 4:05	E: „ <i>To je zajímavé, můžeš mi to prosím vysvětlit, jak to myslíš?</i> “	Položila jsem otázku. Chtěla jsem se dozvědět, co Kristýnu vedlo k tomuto řešení.
4:06- 4:39	K: „ <i>Pokud nákup stojí 13 korun.</i> “ Ukáže prstem na 13 Kč v zadání.“ Tak přeci, když udělám plus jedna, musí mi z toho vyjít čtrnáct.“ K: Kouká na mne.	Opět obhajuje své řešení a trvá si na něm.
4:40- 4:50	E: „ <i>Aha, a jak jsi přišla na šestnáct?</i> “ Ukazují prstem na její řešení v tabulce v prvním řádku, třetím sloupci.	Zajímal mne důvod, proč Kristýna vždy přičítala od předešlého čísla v tabulce.
4:51- 5:03	K: „ <i>Minulý nákup nám mi vyšel čtrnáct korun. A příští nákup byl o dvě dražší a další o pět a další o deset.</i> “	Kristýna nejspíše úlohu pochopila, jako stále přičítání k tomu, co už zaplatila. Úplně jinak interpretuje zadání úlohy.
5:04- 5:09	E: „ <i>Aha, a kdyby <u>mne</u> příští nákup stál 6 Kč, s čím bych to přičetla?</i> “	Byla jsem v této situaci bezradná, důvodem bylo, že jsem zase upustila od role experimentátora. Bezradnost spočívala v tom, že jsem věděla, že Kristýna nerozumí úloze, tak jsem vymyslela otázku, která ale nebyla funkční. Dá se očekávat, že Kristýna mi na tuto otázku odpoví stejně jako

		pro částky 13 Kč, 16 Kč, 14 Kč.
5:10-5:23	K: Chvilí je potichu (7 vteřin) „ <i>To přeci nejde.</i> “	K. překvapivě odpovídá.
5:24-5:26	E: „Proč to nejde?“	V tuto chvíli jsem nerozuměla jejímu tvrzení. Potřebovala jsem to vysvětlit.
5:27-	K: „No přeci šestikoruna není.“	Kristýna si myšlenkově
5:33		vložila 6 Kč do horního záhlaví tabulky a hned si v té řadě uvědomila, že předchozí objekty jsou mince. Tedy šestikorunové mince nemáme.
5:34-5:38	E: „Takže nemůže nákup stát šest korun?“	Pořád jí nerozumím, jak to myslí (vím, že to není dobře) a chci jí pomoci. Stále jsem odkloněna od role experimentátora.
5:39-5:54	K: Několik vteřin je zticha (5 vteřin). „ <i>Asi ne, nemůžu platit šestikorunou.</i> “	K. opět obhájí svou předchozí argumentaci. Kristýn a správně tvrdí, že neexistuje žádná mince, která má hodnotu šest korun.

5:55- 6:00	E: „Moc ti děkuji za vysvětlení.“	Vycítila jsem, že je žákyně již zmatená, proto jsem už další otázky nepokládala a přečetla zadání další úlohy.
6:01- 6:11	E: Předčítám třetí úlohu a ukazuji na ní v zadání. <i>„Kolik různými způsoby můžeš složit 25 Kč pomocí tří mincí?“</i>	
6:11- 7:23	K: Přitáhne si k sobě makety mincí. Několik vteřin se na ně dívá (11 vteřin). Pak začne před sebe skládat hromádku, ve které je pětikoruna dvě desetikoruny. Na druhou hromádku začne dávat korunu, dvoukorunu, dvacetikorunu. „ <i>Ne, to nejde.</i> “ Dává hromádku celou pryč. Dává na novou hromádku dvě desetikoruny. „ <i>To už je taky moc.</i> “ Opět hromádku odstraňuje. K: „ <i>Jde to jen takhle.</i> “ Ukazuje na hromádku mincí, kde je pětikoruna a dvě desetikoruny.	Žák za několik vteřin nabízí správné řešení. Pak hledá další řešení. Když nic nenachází, usoudí, že způsob je jen jeden.
7:24- 7:31	E: „ <i>Zajímavé. A zvládneš složit dvacet pět korun pomocí čtyř mincí?</i> “	
7:32- 9:16	K: „Jo, asi jo.“ Všechny mince dá zpět na hromádku s pomůckami. Začne vytvářet hromádku, na které je dvacet korun a čtyři koruny. „ <i>To je moc.</i> “ Celou hromádku vrátí na velkou hromádku pomůcek. Znovu vezme dvacet korun. Přidá k ní dvoukorunu a tři koruny. „ <i>To je zase moc.</i> “	Kristýna při řešení této úlohy našla systém, jak objevit řešení a najít všechna řešení. Bere v potaz všechny podmínky úlohy.

	<p>Dvacetikorunu před sebou nechá, přidá k ní dvě dvoukoruny a korunu.</p> <p>Vezme do ruky pětikorunu. Položí jí na novou hromádku. Kouká na ní (10 vteřin).</p> <p>Vezme další dvě pětikoruny a jednu desetikorunu.</p> <p>„Už nevím.“</p> <p>Před sebou má dvě hromádky, na které ukazuje prstem (dvacetikoruna, dvě dvoukoruny, koruna a tři pětikoruny, desetikoruna).</p>	
9:17-9:25	E: „ <i>Moc ti děkuji za tvé nápady.</i> “	

Komentář:

Kristýna se ihned pustila do řešení úlohy. Hledala všechny mince, které jsou v kasičce a dávala si je před sebe. Pochopila ale úlohu jiným způsobem, než byla myšlená. Při počítání všech mincí v kasičce měla před sebou všechny vyskládané, ale vůbec si jich nevšimnula, a tak chybovala i v celkovém počtu. Ze druhé úlohy si vytvořila placení nákupu, kterému stále přibývaly částky, které bylo třeba zaplatit. Řešení třetí úlohy bylo její silnou stránkou našla efektivní způsob, jak najít všechna řešení.

10.4 Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář


Vybrala jsem části ze čtyř rozhovorů, které mne upoutaly. K nim jsem přidala didaktický komentář. Předkládám zde části rozhovorů mezi mnou (experimentátorem dále již E) a žákem (dále již psané prvním písmenem jeho jména).

Bára (8,6 let)

Úloha	Řešení žáka	Didaktický komentář
V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?	-B: Po přečtení zadání si vezme mince. Před sebe si složí tři dvoukorunové a dvě pětikorunové mince. Kouká na mne.	- Bára si pamatuje část zadání, kterou si hned začne připravovat. Ze zadání vypouští, že tam je i několik desetikorunových. -Snažila jsem si navést

	<p>-E: „Proč jsi si před sebe vyskládala ty mince?“</p> <p>-B: „Je tam napsáno tři dvoukorunové.“ Nejdříve mi to ukáže v textu úlohy a pak i v mincích. „A dvě pětikorunové.“ Znovu ukazuje v textu a pak mince. Kouká na mne.</p> <p>-E: „A co budeš dělat dál?“</p> <p>-B: „To je všechno.“ Pokrčí rameny a kouká na mne.</p>	<p>-Potvrzuje mi, že si zapamatovala jen část úlohy.</p> <p>-Snažila jsem se jí navést na další řešení úlohy.</p> <p>-Bára mi ukazuje, že pro ní řešení úlohy skončilo. Jako učitel bych se jí snažila navést na desetikorunové mince. Ale tohle nebyla má</p>
--	---	--

	<p>-E: „<i>Aha, a kolik je tedy v kasičce mincí?</i>“</p> <p>-B: „<i>No, tady se píše, že třicet šest.</i>“ Ukazuje prstem v zadání.</p>	<p>úloha v roli experimentátora.</p> <p>-Chtěla jsem odpověď na otázku úlohy.</p> <p>-Bára si nejspíše popletla hodnotu všech mincí</p>
--	--	---

		s počtem
<p><i>Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 13 Kč. Druhý den stál nákup 16 Kč. Za každý nákup můžeš zaplatit pouze třemi mincemi. Jak zaplatíš?</i></p>	<p>-B: Po přečtení zadání začne vyplňovat tabulku:</p>  <p>Obrázek 40</p> <p>-E: „<i>Můžeš mi vysvětlit, co jsi napsala?</i>“</p>	<p>- Bára pochopí, že tabulka patří k zadání a že poslední 14 Kč je nákup, který není napsaný v zadání ale jen v tabulce.</p>

	<p>-B: „ <i>Vyplnila jsem to, co budu platit.</i> “</p> <p>-E: „ <i>A jak budeš platit třeba 14 korun?</i> “</p> <p>-B: „ <i>No, dvoukorunou, dvoukorunou a desetikorunou.</i> “ Při vysvětlování</p>	<p>-Protože se chci ujistit, raději se ptám.</p> <p>-Zde má Bára rychlou odpověď, kterou jsem nečekala. Nic mi tím nevysvětlila.</p> <p>-Z toho důvodu se ptám na konkrétní část tabulky.</p>
--	---	---

	ukazuje prstem do tabulky, co napsala.	-Bára zde dokazuje, že zadání pochopila správně. Dvě dvojky vedle sebe znamenají dvě dvoukoruny.
<p>Kolika různými způsoby můžeš složit 25 Kč pomocí:</p> <p>a) Tři mincí?</p> <p>b) Čtyř mincí?</p>	<p>-B: Po přečtení zadání si Bára bere do ruky mince. Před sebe skládá pětikorunu a říká: „$25-5=20$“. Vedle pětikoruhy položí další a říká: „$20-5=15$“. Vezme do ruky třetí pětikorunu a položí ji k ostatním a říká: „$15-5=10$“. Vezme čtvrtou pětikorunu a položí ji k ostatním a říká: „$10-5=5$“. Vezme pátou pětikorunu položí ji k ostatním a říká: „$5-5=0$“. Dotkne se prstem každé položené pětikoruhy a říká: „<i>To nejde, to už je pět.</i>“ Odebere jednu pětikorunu a znovu se dotkne každé pětikoruhy. Kouká na mne.</p> <p>-E: „<i>Povíš mi, jak jsi úlohu řešila?</i>“</p> <p>-B: „<i>Ze čtyř mincí to jde složit pětikorunou, pětikorunou, pětikorunou, pětikorunou.</i>“ Při říkání se každé</p>	<p>-Bára si každý krok překontroluje a teprve potom přidá další minci. Pamatuje si, že má skládat ze čtyř mincí a na to se zaměří, proto odebírá jednu pětikorunu, ale už neřeší, že už jí mince nedávají dohromady 25 Kč.</p> <p>-Chci Báru navést na tu chybu, co udělala, aby měla šanci si ji opravit.</p> <p>-Bára ale už mi jen říká výsledek, který není</p>

	mince dotkne.	správně.
--	---------------	----------

Tabulka 17

Komentář:

Bára první úlohu řešila tak, že si vyskládala mince podle toho, co slyšela. Vypadlo jí, že jsou tam i nějaké desetikorunové. Odpovídá mi jaká je celková hodnota v kasičce místo počtu mincí. Druhou úlohu řeší bez pomůcek, vyplňuje tabulku. U třetí úlohy si často svůj výpočet ověřuje. Zaměřila se na počet mincí, ze kterých to má složit, ale už si nepřekontrolovala, zda to dohromady je dvacet pět.

Eliška (7,11 let)

Úloha	Řešení žáka	Didaktický komentář
V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?	<p>-El: Po přečtení zadání kouká na textu. Pak na mne.</p> <p>-Ex: „Mám ti to znovu přečíst?“</p> <p>-El: Kýve hlavou, že ano.</p> <p>-Ex: Znovu přečtu zadání.</p> <p>-El: „$3+2+2+5+10$“ Kouká na mne.</p>	-Eliška nejspíše slyšela v textu čísla, která použila do řešení úlohy.

	<p>-Ex: „<i>Jak myslíš $3+2+2+5+10$?</i>“</p> <p>-El: Ukazuje prstem v zadání. Najde v textu „3“ a říká: „3+“. Pak ukáže prstem na „2“ a říká: „2+“. Kouká na mne.</p> <p>Ex: „<i>Vysvětlíš mi, proč jsi do toho použila třeba deset?</i>“</p> <p>El: „<i>Mluvílo se tam o desítce.</i>“</p> <p>Ex: „<i>Aha, a věděla bys, kolik tedy bylo v kasičce mincí?</i>“</p>	<p>- Ověřuji si svou domněnku.</p> <p>-Eliška okomentuje jen čísla, která našla v úloze.</p> <p>-Snažím se jí navést na to, proč tam dala i jiná čísla.</p> <p>-Eliška dokazuje mou domněnku, že se snažila zkombinovat všechna čísla, která v úloze slyšela. Jediné číslo, které tam nemá je 36, otázkou je, zda ho jen nepostřehla nebo věděla, že to číslo určuje celek.</p> <p>-V roli učitele bych se snažila Elišce pomoc při řešení úlohy, zde to</p>
--	---	--


	-El: „Nevím“	<p>nebyl můj úkol. Třeba bych ji navrhla, at' si zapíše, to co řekla</p> <p>- Eliška úlohu není schopná vyřešit.</p>
<p>Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 13 Kč. Druhý den stál nákup 16 Kč. Za každý nákup můžeš zaplatit pouze třemi mincemi. Jak zaplatíš?</p>	<p>-El: Po přečtení Eliška kouká do stropu, pak koukne na mne a říká: „<i>Třináct korun zaplatím jedničkou, dvojkou a desítkou. A Šestnáct...</i>“</p> <p>Kouká do stropu, pak na mne a říká: „<i>jedničkou pětkou a desítkou.</i>“ Kouká</p>	<p>- Eliška pracuje bez mincí. Nejspíše tím, že kouká do stropu, tak přemýšlí.</p> <p>- Protože nepracuje s pracovním listem, tak si nevšimne další jedné sumy, které stál nákup</p>
<p>Kolika různými způsoby můžeš složit 25 Kč pomocí:</p> <p>a) Tří mincí?</p> <p>b) Čtyř mincí?</p>	<p>-E: Po přečtení zadání kouká do stropu, pak na mne a říká: „<i>Tři mincí, to můžu deset, deset, pět. Čtyř mincí...</i>“ Kouká do stropu, pak na mne a říká: <i>Deset, pětkou, pětkou, pětkou a pětkou.</i>“</p>	<p>-Eliška opět úlohu řeší bez pomůcek.</p> <p>Odpověděla správně na obě zadání.</p>

Komentář:

Elška si chce vytvořit zápis z čísel, která slyšela v úloze. Protože si ho ale nenapsala, tak nejspíše zapoměla, proč jaké číslo zvolila. Úlohu už pak nedokázala dořešit, protože pro ní byla s největší pravděpodobností příliš obtížná. Druhou a třetí úlohu řešila bez problému. Předpokládám, že vždy řešila to, co slyšela, důkazem mi k tomu je fakt, že u druhé úlohy vyřešila nákupy za 13 a 16 Kč, ale už neřešila 16 Kč. U třetí úlohy se zaměřila na obě zadání a dokázala je správně vyřešit.

František (7,11 let)

Úloha	Řešení žáka	Didaktický komentář
V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?	<p>-F: Po přečtení zadání čte znovu nahlas zadání. Pak říká: „<i>Tři dvoukorunové, $2+2+2=6$. Dvě pětikorunové, $5+5=10$. Několik desetikorunových, dohromady je to třicet šest. $36-10-6=20$. Takže dvě desetikorunové.</i>“ Kouká na mne.</p> <p>-E: „<i>Kolik je v kasičce mincí?</i>“</p> <p>-F: „<i>$2+2+2+5+5+10+10=7$, Je jich sedm.</i>“</p>	<p>-František všechno řeší z paměti. Nejdříve si spočítá to, co ví, pak to odečte od celkové sumy.</p> <p>-Připomněla jsem Františkovi otázku úlohy.</p> <p>-František vyjmenoval všechny mince, které jsou v kasičce a dohromady je sečetl.</p>

		Vyšel mu správný výsledek.
<p>Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 13 Kč. Druhý den stál nákup 16 Kč. Za každý nákup můžeš zaplatit pouze třemi mincemi. Jak zaplatíš?</p>	<p>-F: Po přečtení textu František říká: „$13-4=9$, $9-3=6$, $6-3=3$, $3-3=0$“ Kouká na mne.</p> <p>-E: „Můžeš mi prosím to tvé řešení napsat do pracovního listu a vysvětlit?“</p> <p>-F: Začne psát a říká: „13 korun jde trojkou, trojkou, trojkou a čtyřkou.“</p> <p>Pak se podívá do tabulky a říká: „16 korun, jde třeba $5+5+6$. A 14 jde $6+4+6$, né to ne. $6+4+4$.“ Zapíše to.</p>  <p>Obrázek 41</p>	<p>- František úlohu řeší tak, že si odečítá od hodnoty nákupu.</p> <p>-Nerozumím Františkově řešení. Potřebuji to povysvětlit.</p> <p>-František úlohu chápe jako rozklad čísel.</p>
<p>Kolika různými způsoby můžeš složit 25 Kč pomocí:</p> <p>a) Tří mincí?</p>	<p>-F: Po přečtení zadání říká: „$25-20=5$, chce to tři mince. $5-3=2$. Takže 20,3,2. To jsou tři mince. A čtyři 20,1,2,2.“ Kouká na mne.</p>	<p>-František opět úlohu řeší odčítáním od výsledného čísla. Rozkládá číslo 25 bez toho, aniž by si</p>

b) Čtyř mincí?		uvědomil, že některé mince neexistují.
----------------	--	--


Tabulka 19

Komentář:

František vše řešil bez použití pomůcek. U první úlohy si nejdřív řekl všechno, co má a pak odčítal od výsledné sumy v kasičce. Podobnou taktiku využíval i při dalších úlohách. Odčítal od sumy, která se měla složit.

Otakar (8,3 let)

Úloha	Řešení žáka	Didaktický komentář
V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?	<p>-O: Po přečtení zadání říká: „<i>Přečtete mi to ještě jednou pomaleji?</i>“</p> <p>-E: Čtu zadání pomaleji.</p> <p>-O: Při čtení si před sebe předloží tři dvoukorunové a dvě pětikorunové mince. Kouká na mne a říká: „<i>Přečtete mi to ještě jednou?</i>“</p>	<p>-Otakarovi první čtení nestačí, tak požádá o další. Pomalé čtení chce proto, že má v plánu u čtení zadání rovnou před sebe skládat potřebné mince.</p> <p>-Otakar stihne před sebe vyložit část mincí. Druhou polovinu úlohy potřebuje přečíst znovu.</p>

	<p>-E: Čtu ještě jednou zadání.</p> <p>-O: Napiše si do pracovního listu 36. Dotkne se každé mince prstem. Pak přidá k ostatním mincím dvě desetikorunové. Kouká na mne.</p> <p>-E: „Kolik je tedy v kasičce mincí?“</p> <p>-O: „Je jich tam šest.“</p>	<p>-třicet šest si napíše do pracovního listu nejspíše, protože chce mít jistotu, že číslo nezapomene.</p> <p>-Při odpovědi dělá nejspíše numerickou chybu.</p>
<p>Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 13 Kč. Druhý den stál nákup 16 Kč. Za každý nákup můžeš zaplatit pouze třemi mincemi. Jak zaplatíš?</p>	<p>-O: Po přečtení zadání začne si šeptat: „Deset a dva a dva, deset a pět a jedna, deset jedna a dva.“ A při tom dělá tečky do tabulky:</p>  <p>Obrázek 42</p>	<p>- Otakar udělal dvakrát numerickou chybu u 13 Kč a u 14 Kč.</p>
<p>Kolika různými způsoby můžeš složit 25 Kč pomocí:</p>	<p>-O: Po přečtení zadání si před sebe začne skládat mince a šeptá si: „dvacet, koruna, dvě a dvě.“ Kouká na mne.</p>	<p>-František nachází jedno řešení.</p>

a) Tři mincí?	-E: Přečtu mu ještě jednou celé zadání.	-Zadání čtu proto, že chci vědět, zda si Otakar všimne, že může volit ze dvou možností.
b) Čtyř mincí?	-O: „ <i>To je pomocí čtyř mincí.</i> “	

Tabulka 20

Komentář:


Zdeněk první úlohu řeší s mincemi. Vyskládá si to, co ví. Jakmile neví, zeptá se mne, zda bych mu přečetla znovu zadání. Nakonec dělá numerickou chybu. Při řešení druhé úlohy vyplňuje tabulku a šeptá si při tom, co řeší. Při řešení třetí úlohy znovu využívá pomůcky.

Petr (7,11 let)

Úloha	Řešení žáka	Didaktický komentář
V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?	-P: Po mém přečtení zadání kouká do úlohy a nahlas čte zadání znovu. Prstem přejíždí tam, kde zrovna čte. - Začne pod slovní úlohu pokládat mince. Nejdříve položí vedle sebe tři dvoukorunové mince, pak dvě pětikorunové. Deset vteřin se dívá na mince, které si připravil. -Znovu přečte nahlas celý text úlohy.	-Petr si potřebuje úlohu znovu přečíst sám. Prst mu pomáhá v tom, aby se neztratil. -Používá manipulativa (mince), které postupně, podle zadání úlohy vkládá před sebe na stůl. Nejdříve si připraví všechny potřebné mince, o kterých ze zadání ví

	<p>jejich množství.</p> <p>-Pak nejspíše zjišťuje další údaje, které si z minulého čtení nezapamatoval. Čtením celé úlohy se pravděpodobně Petr utvrzuje i v tom, zda má veškeré mince z úlohy správně připraveny.</p> <p>-Tím, že na mince kouká, tak si pravděpodobně přepočítává, jaký obnos má před sebou.</p> <p>-V tom mne utvrzuje tento postup. Vždy kouká na mince, pak jednu přidá, znovu kouká na mince a přidá další. Pak se ještě utvrdí v tom, zda má mince správně spočítané.</p> <p>-Tím, že znovu čte celou</p>
	<p>-Kouká se na mince, které má položeny před sebou.</p> <p>-Přiloží vedle mincí jednu desetikorunu minci.</p> <p>-Kouká na všechny mince</p> <p>-Přiloží druhou desetikorunu.</p> <p>-Kouká na všechny mince.</p> <p>-Znovu přečte nahlas celé zadání úlohy.</p> <p>-Kouká na mince před sebou. „V kasičce je 36 mincí.“ Kouká na mne.</p>

		<p>úlohu, tak si nejspíše kontroluje, zda ji správně vyřešil. Pak mi odpovídá na otázku. Bohužel chybně. Petr si nejspíše splet celkovou sumu s počtem mincí v kasičce.</p>
<p><i>Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 13 Kč. Druhý den stál nákup 16 Kč. Za každý nákup můžeš zaplatit pouze třemi mincemi. Jak zaplatíš?</i></p>	<p>-P: Po mém přečtení si znovu nahlas čte zadání úlohy.</p> <p>-Vyplní první řádek.</p> <p>-Přečte znovu celé zadání.</p> <p>-Vyplní druhý řádek.</p> <p>-Přečte znovu třetí zadání. Podívá se na třetí řádek. Podívá se na mne. „<i>Tomu nerozumím, tam není napsáno, že další den stál nákup čtrnáct Kč. To nemám vyplňovat?</i>“</p> <p>E: „<i>A kdyby to tam bylo napsáno, jak bys to vyřešil?</i>“</p>	<p>- Petr si znovu čte zadání úlohy. Tím si zjišťuje, co má v úloze dělat.</p> <p>-Petr vždy vyplní jeden řádek a pak si ověřuje v zadání správnost.</p> <p>-Petr je nejspíše zmatený, protože o nákupu za 14 Kč se v zadání nepíše. Takže to vyhodnotí, že to nejspíše nemá dělat. Svoji domněnku si ale ověřuje u mne.</p> <p>-Zde jsem se dostala do role učitele. Chtěla jsem Petrovi pomoci vyřešit</p>

	<p>úlohu a dát mu jistotu.</p> <p>Měla jsem se Petra zeptat, proč myslí, že to nemá dělat. Přišla jsem tím o důvody Petra, proč by neměl poslední řádek dokončit.</p> <p>-Petr tabulku dodělá. Pohledem mi dává najevo, že dořešil i poslední řádek.</p> <p>-Petr tabulku nevyplňuje podle mincí nahoře, ale tak, jak mu chodí myšlenky.</p>
<p>Kolika různými způsoby můžeš složit 25 Kč pomocí:</p> <p>a) Tří mincí?</p> <p>b) Čtyř mincí?</p>	<p>P: Vezme si do ruky pero a vyplní třetí řádek tabulky. Kouká na mne.</p>  <p>Obrázek 43</p> <p>-P: Po mém přečtení zadání čte text úlohy znovu nahlas.</p> <p>-Vezme si do ruky dvacetikorunovou minci a položí ji před sebe. Vedle přiloží pětikorunu. „<i>Ne, to jsou jen dvě.</i>“ Vráti pětikorunu na hromádku všech mincí.</p> <p>-Vezme do ruky dvoukorunu, přidá ji k dvacetikoruně. Šest vteřin kouká na dvě mince.</p> <p>-Vezme do ruky obě mince, co si</p>
	<p>-Petr zkouší taktikou „pokus, omyl“ přikládat mince. Jde na to takticky. Začne s mincí s nejvyšší hodnotou. Pak přikládá mince s nižší hodnotou. Když zjistí, že mu to nevychází, mince vrátí zpátky. A začne</p>

	<p>připravil (dvacetikorunu, dvoukorunu) a hodí je na hromádku všech mincí.</p> <p>-Vezme desetikorunu a položí ji před sebe. Vezme další desetikorunu a přiloží ji k té první. Kouká na mince. Pak vezme pětikorunu a přiloží ji k ostatním.</p> <p>-Čte nahlas celé zadání.</p> <p>-„<i>Jde to jedním způsobem.</i>“</p> <p>-E: „<i>Co jde jedním způsobem?</i>“</p> <p>-P: „<i>To třemi mincemi.</i>“</p> <p>-Čte celé zadání znovu. Vezme desetikorunu a položí ji před sebe, vezme druhou a položí ji k první. Vezme do ruky dvoukorunu, drží ji v ruce.</p> <p>-Vrátí všechny mince zpět na hromádku k pomůckám.</p> <p>-Vezme do ruky desetikorunu a položí ji před sebe, postupně přikládá další tři pětikoruny.</p> <p>-Čte nahlas znovu celé zadání. „<i>Čtyřmi</i></p>	<p>znovu s mincí s druhou nejvyšší hodnotou, kterou může použít. Tato taktika mu přináší to, že zvládne složit 25 Kč ze třech mincí. Znovu si přečte zadání a odpovídá na otázku.</p> <p>-Nevěděla jsem o kterém zadání mluví. Petr mi na to hned odpovídá.</p> <p>-Znovu stejnou taktikou zkouší najít řešení ke druhému zadání. Když ho najde, tak už odpovídá celou větou, abych pochopila, o co se jedná.</p>
--	---	---

<i>mincemi to jde také jedním způsobem.“</i>
--

Komentář:

Petr pečlivě vždy několikrát přečte celé zadání, pak si najde potřebné údaje a znovu kontroluje se zadáním úlohy. U druhé úlohy nemá v zadání, že nákup stál 14 Kč, takže je zmatený a neví, zda to má řešit. Ve třetí úloze postupně před sebe předkládá mince a vylučovací metodou se postupně dostane k řešení úlohy. Spokojí se s jedním nalezeným řešením.

10.5 Závěr druhého experimentu

Druhého experimentu se zúčastnilo deset žáků, jejich úspěšnost byla následovná. První úlohu úspěšně (bezchybně) vyřešili tři žáci, ve druhé úloze našlo správné řešení šest žáků a třetí úlohu v zadání A) (našli všechna řešení) vyřešilo šest žáků a zadání B) našli všechna řešení dva žáci.

Zde shrnuji výsledky druhého experimentu, v podobě jevů, které jsem evidovala:

Obecné jevy

Čtyři žáci využívali k řešení úlohy manipulativ (přiložených mincí). Tři žáci je nepoužívali, z toho jeden žák přesto všechny úlohy vyřešil správně.

Žádný žák neměl potřebu zapisovat či kreslit do pracovního listu.

První úloha

Pro většinu žáků je úloha moc obsáhlá. Mají problém ji řešit, například: Musím číst zadání vícekrát, někteří žáci nenašli v zadání úlohy veškeré informace.

Čtyři žáci dělají numerickou chybu.

Dva žáci pochopili otázku místo, kolik je v kasičce mincí jako jaká je celková suma v kasičce (viz Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář - Bára, Petr).

Osm žáků pracovalo s pomůckami. Dva žáci nepracovali s pomůckami, z toho jeden žák dokázal přesto úlohu úspěšně vyřešit.

Druhá úloha

Osm žáků respektuje podmínku úlohy, že může platit pouze třemi mincemi, jeden žák podmínku nerespektuje (viz Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář- František) a jeden žák pochopil zadání jako sčítací tabulku, nerespektuje tak celé zadání úlohy Rozbor rozhovoru jednoho žáka.

Pět žáků vyplňuje tabulku čísla, dva žáci tečkami, jeden žák křížky, jeden žák tabulku vyplnil přiloženými mincemi, jeden žák tabulku nevyplnil vůbec.

Třetí úloha

Většina žáků se spokojila s jedním řešením a neměli potřebu hledat všechna možná řešení.

Jeden žák pochopil rozklad čísla dvacet pět jako rozklad libovolných čísel (viz Ukázka z nejzajímavějších rozhovorů a didaktický komentář- František).

Závěrečná sebereflexe

Při přípravě prvního předexperimentu jsem si myslela, že vytváření praktické části diplomové části bude jednoduché. Vedlo mě k tomu to, že jsem prošla během svého studia na vysoké škole mnoha praxemi a dělala již veliké množství příprav. Ale velice brzy jsem zjistila, že to snadné nebude.

Během přípravy předexperimentu jsem si stanovila otázky, které budu žákům pokládat, abych je navedla na správné řešení úlohy, ale už to byla špatná strategie. Protože můj úkol při experimentu nebyl žákům pomáhat vyřešit úlohu, ale slyšet jejich řešení a vysvětlení, jak oni chápou danou úlohu. Od otázek, co jsem si připravila, jsem již při samotné realizaci experimentu opustila, protože nikam nevedly. Začala jsem jim pokládat otázky, které mě spontánně napadaly. Při pozdější analýze jsem však zjistila, že těmi otázkami se dostávám do role učitele a ztrácím tak mnoho zajímavých myšlenek žáků, které by mi mohli říct, kdybych se jich neptala.

Když jsem vymýšlela předexperiment, tak jsem se zaměřila hlavně na příběh s kasičkou. Chtěla jsem tam mít motivaci, u které se ale ukázalo, že je zbytečná, že děti jsou motivovány samotným experimentem. Proto jsem se tomu v dalších experimentech již nevěnovala a spíše jsem se snažila najít takové úlohy, které pro žáky budou výzvou, ale zvládnou je vyřešit.

Nejdříve jsem děti podcenila a zvolila moc snadné úlohy, takže někteří žáci s nimi byli velice rychle hotoví. Při druhém experimentu jsem zase vybrala úlohu, která byla již moc náročná a žáci si s ní nevěděli rady. Musela jsem ji tedy z experimentu vyloučit.

Na začátku jsem nekladla důraz na pracovní list. Žáci dostali hromádky nakreslené a v nich byla čísla. V dalším pracovním listu jsem se obrázkům vyhnula úplně. Jen jsem do tabulky naznačila číslem, o jakou hodnotu mince se jedná. Protože jsem se chtěla vyhnout přílišné pomoci z mé strany. Po minulém experimentu mě zajímalo, zda žáci budou úlohy řešit tak snadno a rychle, když nebudou mít žádné obrázky, které by pomáhaly při řešení. Mnoho žáků mělo tuto tabulku pochopit, takže jsem pro poslední experiment zvolila fotky opravdových mincí.

Dalším úskalím, které jsem našla, bylo to, že jsem držela špatně kameru, takže mi unikaly podstatné jevy. Držela jsem kameru nad pracovním listem. Jenže při předexperimentu si žádný žák do listu nepsal. Unikaly mi tak výrazy žáků, jak drží tělo a co dělají s pomůckami. Na tento problém jsem však přišla až při vyhodnocování. V dalším experimentu jsem zaměřila právě na kameru, abych zaznamenala to podstatné. Při shlédnutí videí jsem zjistila, že se mi nyní žákovská řešení vyhodnocují a komentují daleko lépe.

Největším úskalím pro mě bylo vyhodnocovat žákovská řešení a didakticky je komentovat. Velmi často se mi stávalo, že mi unikal důvod, proč to ten daný žák udělal. Musela jsem se na videa dívat stále dokola, abych nepřehlížela nějaké důležité momenty. Při prvním experimentu to už pro mě bylo jednodušší, protože jsem již věděla, na co se zaměřovat. Naopak při třetím experimentu jsem se dostala zpátky na začátek, protože jsem dělala experiment v jiné škole s jinou třídou. Protože se žáci chovali odlišným způsobem než v minulých experimentech, musela jsem se na videa znovu dívat mnohokrát, abych se v řešení orientovala.

Byla to pro mě velmi cenná zkušenost. Nikdy jsem samostatný rozhovor se žáky a následný rozbor nedělala. Změnila jsem své uvažování a uvědomila si, že když žák udělá chybu, dovede ho k tomu řetězec událostí, ve kterém se mohla stát chyba jen v jednom úseku. Nemusí to nutně znamenat, že žák problému nerozumí, jen se mohl někde zadrhnout. Je potřeba se doptat, jak přesně daný problém řešil a následně zjistit, kde mohlo dojít k nepochopení a následné chybě.

Do experimentů jsem šla s jistými očekáváními, která se ale nevyplnila. Mnohokrát jsem byla překvapená nad nějakou odpovědí a nad způsobem řešení. Překvapily mě i chyby žáků, které se často opakovaly.

Příprava, realizace a následná analýza experimentů pro mě byla výzvou. Kdybych měla znovu realizovat experimenty, už bych se mnoha chyb vyvarovala, ale bylo by tolik věcí, které bych se ještě musela naučit.

Závěr

Na začátku psaní své diplomové práce jsem si dala dva hlavní cíle.

- 1) V teoretické části jsem vybrala jako cíl zmapovat a klasifikovat úlohy o penězích ve třech současně používaných řadách učebnic matematiky pro druhý ročník.
- 2) V praktické části analyzovat myšlenkové procesy žáků druhého ročníku při řešení slovních úloh o penězích, především se zaměřit na žakovské chyby při jejich řešení.

Okomentovala jsem každou úlohu zvlášť, posléze jsem všechny nalezené úlohy roztřídila do vybraných typů (suma, nominální hodnota a počet mincí) a nakonec jsem všechny tři řady učebnic porovнала mezi sebou. Komentování každé úlohy zvlášť mi pomohlo se zorientovat v tom, jak v praxi vybírat úlohy s penězi pro své žáky. Důležitým zjištěním bylo, že slovní úlohy s penězi by postupně měly spadat do všech tří typů, protože tak žák získává cennou zkušenost, jak pracovat s penězi. Dalším zjištěním byl fakt, že v každé ze tří řad učebnic je jiné množství slovních úloh s penězi (Prodos 6 úloh, Taktik 9 úloh a H-mat 12 úloh). Řada od nakladatelství Prodosa má hlavně zaměřené úlohy na celkovou sumu, v řadě od nakladatelství Taktik se objevují úlohy s myšlenkou počtu mincí a nominální hodnotou mince a v řadě nakladatelství H-matu většina úloh spadá pod všechny typy (suma, nominální hodnota a počet mincí).

Ve své diplomové práci jsem se věnovala jen třem řadám učebnic. Rozhodně mi to rozšířilo obzory, ale také mne to přivedlo k otázce, zda v dalších řadách učebnic jsou úlohy s penězi pojaty zase jinak než v těch, co jsem držela v ruce. Na trhu je mnoho učebnic a každý autor si klade jiné cíle, kterými chce učebnicí naplnit. Proto v budoucnu budu studovat další řady učebnic a v nich hledat slovní úlohy s penězi a zabývat se jejich cíli.

V praktické části jsem připravila, realizovala a analyzovala předexperiment a dva experimenty. Postupně jsem vylepšovala zadání úloh pro žáky a komunikaci s nimi. Po každém experimentu jsem přepsala rozhovory a analyzovala chyby žáků, ty nejzajímavější chyby s rozбором obsahuje praktická část. Druhý cíl, co jsem si vytyčila, se mi podařilo naplnit částečně. V rozhovorech jsem objevila chyby žáků, didakticky je komentovala ale mnoho u mnoho chyb se mi nepodařilo zjistit, proč se staly. Při psaní praktické části jsem se

opírala o teoretickou část, hlavně o chyby žáků při řešení slovních úloh. A při experimentech se potvrdilo, že mnozí žáci, se kterými jsem prováděla experimenty, opravdu mají problém s porozuměním. Nejvíce se to ukázalo na faktu, že žáci nerespektovali podmínky, které slovní úlohy měly, nebo nevěděli jaká byla otázka v zadání. Zajímavým zjištěním bylo to, že někteří žáci nepotřebovali k řešení žádné pomůcky a úlohy vyřešili správně.

Pro pokračování v této práci by mohlo být zajímavé udělat kvalitativní výzkum se žáky, kteří se učí podle jedné ze tří řad učebnic pro druhý ročník a analyzovat jakých chyb se dopouští, úlohy kterého typu jim dělají problém a proč se to tak děje. Získané údaje u všech tří řad učebnic porovnat.

Seznam použitých informačních zdrojů

ALTMANOVÁ, Jitka, FALTÝN, Jaroslav, Katarína NEMČÍKOVÁ a Eva ZELENDOVÁ, ed. Gramotnosti ve vzdělávání: [příručka pro učitele. V Praze: Výzkumný ústav pedagogický, 2010. ISBN 978-80-87000-41-0.

BLAŽKOVÁ, Růžena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty) . 7. , aktualiz. A rozš. Vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2002. ISBN 80-210-3022-4.

DIVÍŠEK, Jiří, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. Didaktika matematiky pro učitelství 1. Stupně ZŠ: celostátní vysokoškolská učebnice pro studenty pedagogických fakult studijního oboru 76-11-8 : učitelství pro 1. Stupeň základní školy. Vyd. 3. Praha: SPN, 1989. Učebnice pro vysoké školy (Státní pedagogické nakladatelství). ISBN 80-042-0433-3.

DVOŘÁKOVÁ, Zuzana a Luboš SMRČKA, NEMČÍKOVÁ, Katarína a Eva ZELENDOVÁ, ed. Finanční vzdělávání pro střední školy: se sbírkou řešených příkladů na CD. V Praze: C. H. Beck, 2011. Beckovy ekonomické učebnice. ISBN 978-80-7400-008-9.

FISHER, Robert. Učíme děti myslet a učit se: praktický průvodce strategiemi vyučování. Vyd. 3. Praha: Portál, 2011. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 978-80-262-0043-7.

FALTINOVÁ, Magdaléna, Lenka PÍTOVÁ, Zuzana ŠVIHLOVÁ, Štěpánka VONDRÁŠKOVÁ a Martina

HUBKOVÁ. Hravá matematika 2: pracovní učebnice pro 2. ročník ZŠ . 2. Vydání. Praha: Taktik, 2017. Modrá řada (Prodos). ISBN 978-80-87881-66-8

FALTINOVÁ, Magdaléna, Lenka PÍTOVÁ, Zuzana ŠVIHLOVÁ, Štěpánka VONDRÁŠKOVÁ a Martina

HUBKOVÁ. Hravá matematika 2: pracovní učebnice pro 2. ročník ZŠ . 2. Vydání. Praha: Taktik, 2017. Modrá řada (Prodos). ISBN 978-80-7563-092-6

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ -KRATOCHVÍLOVÁ. Matematika pro 2. ročník základní školy. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-768-7.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ -KRATOCHVÍLOVÁ. Matematika pro 2. ročník základní školy. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-769-4.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ -KRATOCHVÍLOVÁ. Matematika pro 2. ročník základní školy. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-982-7.

HEJNÝ, Milan, Martin HUGHES, Štěpánka VONDRÁŠKOVÁ a Martina HUBKOVÁ. Matematika 2. 2. vydání. Praha: H-mat, 2019. ISBN 978-80-88247-16-6.

HEJNÝ, Milan, Martin HUGHES, Štěpánka VONDRÁŠKOVÁ a Martina HUBKOVÁ. Matematika 2. 2. vydání. Praha: H-mat, 2019. ISBN 978-80-88247-17-3.

HEJNÝ, Milan, Martin HUGHES, Štěpánka VONDRÁŠKOVÁ a Martina HUBKOVÁ. Matematika 2. 2. vydání. Praha: H-mat, 2019. 978-80-88247-18-0.

HEJNÝ, Milan a Nad'a VONDROVÁ. Číselné představy dětí: [kapitoly z didaktiky matematiky]. Vyd. 3. Praha: Univerzita Karlova, 1999. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 80-860-3998-6.

HLADÍLEK, Miroslav, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. Kapitoly z obecné didaktiky a didaktiky vzdělávání dospělých: celostátní vysokoškolská učebnice pro studenty pedagogických fakult studijního oboru 76-11-8 : učitelství pro 1. Stupeň základní školy. Vyd. 2. , přeprac. Praha: Univerzita Jana

Amose Komenského, 2009. Učebnice pro vysoké školy (Státní pedagogické nakladatelství). ISBN 978-80-86723-75-4.

LANGMEIER, Josef a Dana KREJČÍŘOVÁ. Vývojová psychologie: dětství a dospívání . 2. , aktualiz.vyd. Praha: Grada, 2006. Psyché (Grada). ISBN 80-247-1284-9.

MALINOVÁ, Eliška, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. Didaktika matematiky na prvním stupni základní školy: (slovní úlohy, projekty) . 7. , aktualiz. A rozš. Vyd. Praha: Univerzita Karlova, 1983. ISBN 80-210-3022-4.

MOLNÁR, Josef, Hana MIKULENKOVÁ. Matematika a její aplikace: 2. ročník . Olomouc: Prodos, c2007. Modrá řada (Prodos). ISBN 978-807230-181-2.

MOLNÁR, Josef a Hana MIKULENKOVÁ. Matematika a její aplikace: 2. ročník . Olomouc: Prodos, c2007. Modrá řada (Prodos). ISBN 978-80-7230-182-9.

NEMČÍKOVÁ, Katarína, FALTÝN, Jaroslav, Katarína NEMČÍKOVÁ a Eva ZELENDOVÁ, ed. Matematická gramotnost ve výuce: metodická příručka . Praha: Národní ústav pro vzdělávání, školské poradenské zařízení a zařízení pro další vzdělávání pedagogických pracovníků (NÚV), divize VÚP, 2011. ISBN 978-80-86856-99-5.

NOVOTNÁ, Jarmila, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. Analýza řešení slovních úloh: [kapitoly z didaktiky matematiky] . Vyd. 3. Praha: Univerzita Karlova v Praze -Pedagogická fakulta,2000. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 80-729-0011-0. Str. 15

PALEČKOVÁ, J. , TOMÁŠEK, V. , BASL, J. Umíme ještě číst? Praha: ÚIV, 2010. 12 s. ISBN 978-80-211-0608-6. Hlavní zjištění výzkumu PISA . . Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání, 2001. ISBN 978-80-211-0608-6.

PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. Pedagogický slovník . 7. , aktualiz. A rozš. Vyd. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0403-9

ŘÍČAN, Pavel a Dana KREJČÍŘOVÁ. Cesta životem: [vývojová psychologie] : přepracované vydání . Vyd. 2. Praha: Portál, 2004. Psyché (Grada). ISBN 80-736-7124-7.

SIGMUNDOVÁ, Alena, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. Čtení s porozuměním jako předpoklad úspěšné strategie řešení slovních úloh v matematice: [kapitoly z didaktiky matematiky] . Vyd. 3. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2019. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 978-80-7603-047-3.

SKALKOVÁ, Jarmila, Milena VAŇUROVÁ a Květoslava MATOUŠKOVÁ. Obecná didaktika: vyučovací proces, učivo a jeho výběr, metody, organizační formy vyučování . Vyd. 2. , přeprac. Praha: Grada,2007. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-1821-7. , str249,250

TIZARD, Barbara, Martin HUGHES, Štěpánka VONDRÁŠKOVÁ a Martina HUBKOVÁ. Youngchildren learning. 2. Vydání. Cambridge, Mass. : Harvard University Press, 1984. ISBN 06-749-6595-7.

VÁGNEROVÁ, Marie a Dana KREJČÍŘOVÁ. Vývojová psychologie: dětství a dospívání. Vyd. 2. , dopl. a přeprac. Praha: Karolinum, 2012. Psyché (Grada). ISBN 978-80-246-2153-1.

Webové zdroje

Anatómia slovnej úlohy o veku [online]. Ružomberok, 2003, , s. 3 [cit. 2019-11-28].

Dostupné z:

<http://math.ku.sk/data/konferenciasub/pdf2003/Hejny.Pdf>

Bankovky a mince. Česká národní banka [online]. Praha. Dostupné z:

https://www.cnb.cz/cs/bankovky-a-mince/Co_je_to_mince_nebo_medaile. Peníze.org [online].

Dostupné z: <http://zlatnictvi.net/co-je-to-mince-nebo-medaile/?fbclid=IwAR2F9edDlRApYYegLJeKOUWLVXyGATQQ0hIB2UvcwzxpC7R4rbHQ-w7f3Q>

Finanční vzdělávání [online]. Praha, 2014 [cit. 2019-11-28]. Dostupné z: <https://www.mfcr.cz/cs/o-ministerstvu/vzdelavani/financi-vzdelavani>

O penězích. Peníze.org [online]. Dostupné z: <http://penize.org/o-penezich/>

6.Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělání [online]. Praha: MŠMT, 2013 [cit. 2019-11-28].

Hotovost, hotové peníze (cash) [online]. Dostupné z:

<https://managementmania.com/cs/hotovost-hotove->

Přílohy

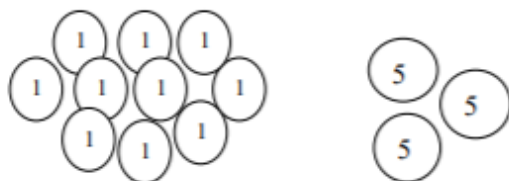
Příloha 1- Ukázka pokladničky



Příloha 2- Pracovní list pro předexperiment

Bořek má oblíbenou pokladničku, do které si hází mince, které od někoho dostane. Často si vymýšlí úlohy pro spolužáky. Uměl bys je vyřešit?

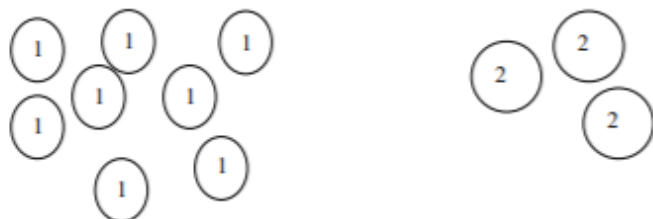
1) Tom rozdělil peníze z pokladničky na dvě hromádky. Kterou hromádku vybereš, aby si měl víc?



2) Co musí udělat Derek, aby v každé hromádce bylo stejně? Svou odpověď zdůvodni.



3) Matylda udělala dvě hromádky. Přesuň jednu minci tak, aby v obou hromádkách bylo stejně.



4) Kolika způsoby může Karolína složit 5 Kč?

Příloha 2- Pracovní list pro první experiment

V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?

Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 11 Kč. Druhý den stál nákup 17 Kč.

Za každý nákup můžeš zaplatit pouze třemi mincemi, jak zaplatíš?

	1	2	5	10
11 Kč				
17 Kč				

Kolika způsoby můžeš složit 11 Kč?

Příloha 3- Pracovní list pro druhý experiment

V kasičce jsou 3 dvoukorunové mince, 2 pětikorunové a několik desetikorunových mincí. Tedy celkem 36 Kč. Kolik je v kasičce mincí?

Marcela šla nakupovat. Její nákup stál 13 Kč. Druhý den stál nákup 16 Kč.

Za každý nákup můžeš zaplatit pouze třemi mincemi, jak zaplatíš?

				
13 Kč				
16 Kč				
14 Kč				

Kolika různými způsoby můžeš složit 25 Kč pomocí:

a) tří mincí?

b) čtyř mincí?

Obrázky

- Obrázek 1- Prodos-1.díl, str. 22
- Obrázek 2-Prodos-1.díl, str.28
- Obrázek 3-Prodos-1.díl, str.63
- Obrázek 4- Prodos-2.díl, str.14
- Obrázek 5-Prodos-2.díl, str.18
- Obrázek 6- Prodos-2.díl, str.36
- Obrázek 7- Taktik, 1.díl, str.10
- Obrázek 8-Taktik, 1.díl, str. 14
- Obrázek 9-Taktik, 1.díl, str.12
- Obrázek 10-Taktik, 1.díl, str.25
- Obrázek 11-Taktik, 2.díl, str.8
- Obrázek 12-Taktik, 2.díl, str.18
- Obrázek 13-Taktik, 2.díl, str.26
- Obrázek 14-Taktik, 2.díl, str.45
- Obrázek 15-Taktik, 2.díl, str. 46
- Obrázek 16-H-MAT, 1.díl, str. 10
- Obrázek-17-H-MAT, 1.díl, str. 17
- Obrázek 18-H-MAT, díl 1, str.21
- Obrázek 19-H-MAT, díl 1, str.29
- Obrázek 20-H-MAT, díl 1, str.33
- Obrázek 21-H-MAT, díl 2, str.45
- Obrázek 22-H-MAT, díl 2, str. 65
- Obrázek 23-H-MAT, díl 2, str. 74
- Obrázek 24-H-MAT, díl 3, str. 84
- Obrázek 25-H-MAT, díl 3, str. 104
- Obrázek 26-H-MAT, díl 3, str. 106

Obrázek 27-H-Mat, díl 3, str.113

Obrázek 28- Zdroj Vlastní

Obrázek 29- zdroj vlastní

Obrázek 30- zdroj vlastní

Obrázek 31-Řešení Matyáše

Obrázek 32- Řešení Adély

Obrázek 33-Řešení Adély

Obrázek 34- Řešení Karla

Obrázek 35- Řešení Karla

Obrázek 36- Řešení Karla

Obrázek 37- Řešení Prokopa

Obrázek 38- Řešení Veroniky

Obrázek 39- Řešení Kristýny

Obrázek 40-Řešení Bány

Obrázek 41- Řešení Františka

Obrázek 42- Řešení Františka

Obrázek 43-Řešení Petra